Cadernos MEC

Matemática

Cadernos MEC

Álgebra 1

2.ª edição

Francisco Diniz Junqueira
Raimundo Nonato Tavares
Manoel Jairo Bezerra

FENAME - FUNDAÇÃO NACIONAL DE MATERIAL ESCOLAR
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

A Fundação Nacional de Material Escolar deseja estimular no estudante brasileiro a compreensão da Matemática moderna através de processos de uma pedagogia adequada, admitindo que qualquer grandeza pode-se expressar em números pela Aritmética; em números e símbolos pela Algebra; e em linhas pela Geometria, por meio do método gráfico.

A Matemática pode ser tida como uma língua, a língua científica por excelência, a qual deve ser aprendida já na infância, para criar no espírito hábitos de objetividade e precisão, que serão muito úteis no estudo das ciências naturais, subordinadas a relações exatas e invariáveis, originadas da natureza das coisas. Por isso, sôbre a *Análise Matemática*, o grande físico Fourier doutrinava: "Não pode haver linguagem mais universal e mais simples, menos sujeita a erros e obscuridades, isto é, mais digna de exprimir as relações invariáveis dos sêres naturais. Considerada sob êste ponto de vista, a Análise Matemática é tão extensa como a própria natureza, define tôdas as relações sensíveis, mede os tempos, os espaços, as fôrças, as temperaturas; esta difícil ciência forma-se lentamente, mas conserva todos os princípios uma vez adquiridos. Desenvolve-se e fortalece-se constantemente, no meio de tantos erros do espírito humano."

Assim, cumpre lecionar a Matemática sob forma concreta, indo do concreto para o abstrato, uma vez que os conceitos de relação de grandeza, ordem, forma, espaço e continuidade penetraram na Matemática pelas percepções intuitivas do ser humano, percepções vinculadas ao mundo externo circunstante e às formas dos objetos reais; razão pela qual essa ciência deve ser ministrada experimentalmente aos jovens, mediante a observação e a experiência no que fôr possível.

Essa orientação foi magistralmente posta em prática pelos Professôres Francisco Diniz Junqueira, Raimundo Nonato Tavares e Manoel Jairo Bezerra, que redigiram os três Cadernos MEC — ARITMÉTICA, ÁLGEBRA e GEOMETRIA, que compõem a coleção de Matemática da Fundação Nacional de Material Escolar.

Estamos certos de que a 2.ª edição do presente Caderno MEC — ÁLGEBRA 1, escrito com arte e sabedoria, continuará merecendo a melhor aceitação por parte dos nossos estudantes, que disporão de excelente instrumento para a aprendizagem segura da Álgebra Elementar.

Rio de Janeiro, março de 1969

Humberto Grande
Diretor Executivo da
Fundação Nacional de Material Escolar

Meu caro aluno:

Êste caderno pretende ajudá-lo a aprender melhor, e, sempre que possível, de maneira interessante, esta parte da Matemática: a Álgebra.

Procuramos dar-lhe uma aparência agradável e divertida, mas não pudemos evitar um grande número de exercícios de cálculo apresentados na forma clássica, necessários não só à fixação como ao domínio do mecanismo algébrico.

Nesta segunda edição, no final do Caderno, acrescentamos algumas séries de exercícios sôbre Matemática Moderna.

Estamos certos de que, com a orientação de seu Professor e o auxílio do seu livro de Matemática, você encontrará neste Caderno um excelente recurso para uma eficiente aprendizagem de Álgebra Elementar.

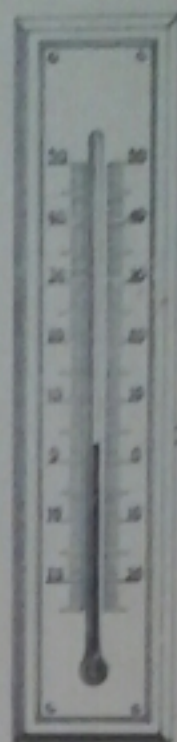
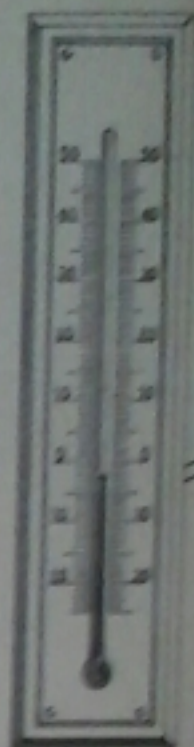
E, se assim fôr, consideremos válido o nosso esfôrço.

Francisco Diniz Junqueira
Raimundo Nonato Tavares
Manoel Jairo Bezerra

EXERCÍCIO I:

Em S. Joaquim, cidade do Estado de Sta. Catarina, num dia de inverno, as temperaturas máxima e mínima foram as indicadas ao lado. Qual a variação de temperatura nesse dia?

+3

−2

EXERCÍCIO II:

Complete as seguintes lacunas:

a) A soma dos números relativos que representam os anos de nascimento dêsses matemáticos é igual a ....

....

b) A diferença entre a soma dos números relativos que representam os anos do nascimento de Pitágoras e Euclides e o de Báscara é igual a ....

....

c) O triplo do ano do nascimento de Euclides excede o de Pitágoras de ....

....

d) O número de anos que se deve somar ao ano do nascimento de Euclides para se obter o de Báscara é igual a ....

e) Se somarmos .... ao ano de nascimento de Báscara, obteremos o do nascimento de Pitágoras.

f) O simétrico do ano do nascimento de Euclides é ....

g) O valor absoluto do ano do nascimento de Pitágoras é o ano ....

....

h) A soma dos valôres absolutos dos anos de nascimento de Pitágoras e de Euclides menos o simétrico do de Báscara é igual a ....

i) O número — 569 é maior ou menor que — 330? ....

j) Que número se deve somar a — 569 para se obter — 330? ....

....

EXERCÍCIO III:

Efetue e coloque os resultados no quadro ao lado.

1) O simétrico do resultado de

$(-2) \times 0 \times (-3) - (+112)$.

2) A diferença entre o maior e o menor dos números -82 e 23.

3) O produto do cubo de -5 pelo simétrico de 2.

Nota: Observe que as respostas podem ser lidas na horizontal ou na vertical.

1	2	3
2		
3		

EXERCÍCIO IV:

Números cruzados.

Horizontal:

1) Quadrado de -11.

2) Quociente de -306 por -3.

3) O número que somado a -100 dá 111.

Vertical:

1) Produto de $(-2)^4$ pelo simétrico de -7.

2) Número que se deve subtrair de -7 para se obter -208.

3) Resultado de $-\left|\frac{1}{11}\right|$ elevado a menos 2.

1	2	3
2		
3		

EXERCÍCIO V:

Números cruzados

Horizontal:

1) Número de 3 algarismos, começando pelo resultado de:

$$(-2) \cdot (-3) - (+7) : \left(-\frac{1}{2}\right) - 4^2$$

2) Valor absoluto do triplo de -119.

3) Número de 3 algarismos cujo valor absoluto do algarismo das dezenas é o resultado de -7 elevado a zero.

Vertical:

1) Número de 3 algarismos, terminado pelo valor absoluto de $(-2)^3$.

2) Número formado pelos 3 últimos algarismos do ano de início do 2.º govêrno constitucional de Getúlio Vargas.

3) Resultado de $(-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} +$
$+ (-4) \cdot (-15) + 152^1$.

Observação: Se você acertou, somando os números dos quadradinhos na horizontal, na vertical e nas diagonais do quadrado, terá sempre o mesmo resultado.

Você sabia que...

... a palavra "álgebra" é de origem árabe?

... há várias hipóteses para explicar a origem dêsse vocábulo?

... a hipótese mais aceitável é a de provir essa palavra da palavra "ál-gebr"?

... a palavra "álgebr", na Assíria, significava: "igual posição"?

1	2	3
2		
3		

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

EXERCÍCIO VI:

Classifique as expressões, colocando um **C** na coluna ou nas colunas correspondentes. Tome como exemplo o que fizemos na primeira linha.

Expressões algébricas	racionais inteiras	racionais fracionárias	irracionais	reduzidas	homogêneas	completas
$2x^3 - 3x^2 - 4x + 3$	C			C		C
$3x^4 - 2x^3 - x + 2$						
$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$						
$2x\sqrt{y} + 3y + 1$						
$2xy^{\frac{1}{3}} + 2y^2 + 1$						
$\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} + 2$						
$2x^{-2} - 7x^{-1} + 3$						
$2x^3 - 3x^2\sqrt{2} + 2x\sqrt{3} + 4$						
$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} + 2$						
$x^2 - xy + y^2$						

EXERCÍCIO VIII:

Numa estatística americana, constatou-se que a maioria dos alunos erra os exercícios seguintes. Você será capaz de acertá-los?

1) $x + x =$

2) $a + o =$

3) $y \cdot y =$

4) $b \cdot o =$

5) $\frac{o}{x} = \ldots$, se $x \neq o$.

6) $x \cdot 1 =$

7) $x \cdot \frac{1}{x} = \ldots$, se $x \neq$

8) $x + (-x) =$

9) $a - o =$

10) $x - x =$

11) $o - y =$

12) $x^1 =$

13) $x^o = \ldots$, se $x \neq o$.

14) $x^{-1} = \ldots$, se $x \neq$

EXERCÍCIO VII:

Coloque o número correspondente ao grau de cada expressão na coluna da direita. No caso de a expressão não ter grau, coloque um N.

Expressões algébricas	grau
$2x + 3$	
$3x^3 - 4x^2 - 5x + 2$	
$3x - 8x^2 - 5x^4 + 3$	
$x^3 - x^2y^3 + x^4y^2 - xy^3 + 1$	
$3x^{-2} - 5x^{-1} + 2$	
$2\sqrt{x} - 3x + 1$	
$\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} + 1$	

EXERCÍCIO IX:

Suprima os sinais de reunião e reduza os têrmos semelhantes:

1) $(a - x + y) - (b - x + y) +$
$+ (a + b - 2y) =$

2) $m - [n - (p - m)] =$

3) $2x - \{ y + [4x - (y + 2x)]\} =$

4) $2m^2 - n - \{3m^2 - [2n - (n - m^2)]\} -$
$- [- 8m^2 - (n - m^2)] =$

EXERCÍCIO X:

Faça, no caderno de rascunho, os seguintes exercícios, que são do mesmo tipo dos que você fêz no exercício IX. Coloque apenas os resultados nos lugares indicados.

1) $a - b - [a - (b - c) - c] =$

2) $2x - [y - (x - 2y)] =$

3) $3t - [9 - (2t + 7) + 3t] =$

4) $a - [2b + (3c - 2b) + a] =$

5) $3r - [4s + (4r - s) - (2r - 5s)] =$

6) $(3p - 2q) + (- 2p + q) -$
$- [- 3q - (2p + q)] =$

7) $3u - \{2v - [3t - (3u + v)]\} =$

8) $a - \{b + [c - (d - b) + a] - 2b\} =$

9) $4x^2 - 3y^2 - \{ 2xy - [x^2 - (y^2 - 3xy)] -$
$- 2y^2\} - (x^2 - y^2) =$

EXERCÍCIO XI:

Faça, com o máximo de atenção, os exercícios seguintes:

1) Do polinômio $2a^3 - 3a + 2$ subtraia $-a^3 - 3a + 2$.

2) Qual o excesso de $3x^3 - xy + y^2$ sôbre $2x^2 - xy - 5y^2$?

3) Subtraia $a^2 + ab - b^2$ de $a^2 - ab + b^2$.

4) Subtraia o triplo da soma de 2 números consecutivos do dôbro de sua diferença, sendo x o maior dêsses números

5) Da soma dos polinômios $x^2 - 3x + 1$ e $x^2 - 1$ subtraia $3a - x^2$.

6) Subtraia a diferença entre $2t^2 - t + 2$ e $t^2 + 2t - 1$ da soma de $t^2 + 1$ com $3t - 3$.

7) Quanto devemos somar a $3a^2 - 2ab + b^2$ para obtermos $a^2 - 2ab - b^2$?

8) Quanto devemos somar a $2x^2 - 5xy - y^2$ para obtermos zero?

9) Quanto devemos subtrair de $2y^2 - 2y + 1$ para obtermos $y^2 + 2y - 1$?

10) Qual o monômio que devemos somar a $2x^3 - 3x^2 + x - 1$ para obtermos um trinômio de 2.º grau?

11) Quanto devemos subtrair de zero para obtermos $x^2 - xy + y^2$?

EXERCÍCIO XII:

Efetue:

1) $a . a =$ ....

2) $b . b . b =$ ....

3) $(-c) . (-c) =$ ....

4) $-c . c =$ ....

5) $2(-a) =$ ....

6) $-3x(-2x^2) =$ ....

7) $-6x^3yz^2\left(-\frac{1}{3}xy^2z\right) =$ ....

8) $x^3 . x^{-2} =$ ....

9) $a^2 . a =$ ....

10) $a^n . a =$ ....

11) $a^n . a^{-n} =$ ....

12) $a^{2n} . a^{-n} =$ ....

13) $-2a^{m-n} . 3a^{2m+n} =$ ....

14) $\frac{1}{3}x^{m-n} . \frac{2}{3}x^{2m+n} =$ ....

15) $-\frac{1}{2}a^4b^6 . \left(-\frac{3}{2}a^5c\right) =$ ....

16) $a^m . a^{m-1} =$ ....

17) $x(x-y) =$ ....

18) $-2a(a^3-5a^2+a-1) =$ ....

19) $(2a+3)(a-2) =$ ....

20) $(t+1)(t^2-t+1) =$ ....

EXERCÍCIO XIII:

Simplifique as expressões abaixo:

1) $2(m-x)+3(m+2x)-4(m+x) =$ ....

2) $(x-y)z+(y-z)x+y(z-x) =$ ....

3) $3\left[2(x+2)-3(3-x)\right] =$ ....

4) $3r(r-2s)-s(2r-3s)-(3r^2-8rs)=$

5) $a^3(a^2+1)-a^2(a^3+1)+2(a^3-a^2)=$

6) $\frac{1}{2}\left(x-2y\right)-\frac{3}{4}\left(y-2x\right)=$

EXERCÍCIO XIV

Supondo ser o divisor sempre diferente de zero, efetue:

1) $x : x =$

2) $2x : x =$

3) $s^2 : s =$

4) $4x^8 : x =$

5) $\frac{1}{2}a^3 : (-2a^2) =$

6) $t^3 : t^{-1} =$

7) $m^3n^3 : \left(-\frac{1}{2}mn\right) =$

8) $x^{-5} : x^{-2} =$

9) $a^m : a =$

10) $b^m : b^{-1} =$

11) $u^{m+1} : u^m =$

12) $p : p^m =$

13) $-9x^3yz^2 : (3xyz^2) =$

14) $6a^4b^3 : (-2b^3c^{-2}) =$

15) $-5x^3y^2 : (-2xyz) =$

16) $\frac{7}{5}xy^4 : \left(-\frac{1}{5}y^2\right) =$

17) $72(a-b)^3 : \left[-18(a-b)^2\right] =$

18) $12a^4b^3(a^2+b^3)^7 : \left[-4a^3b^2(a^2+b^3)^4\right] =$

19) $15x^3y^2z(y-z)^5 : 5x^3y^2(y-z) =$

20) $x^{m+4} : x^{m+3} =$

21) $2t^{r+3} : (-t^{r+2}) =$

22) $-3a^{m-2} : (-5a^{m-3}) =$

EXERCÍCIO XV:

Efetue as seguintes divisões:

1) $(a^2 - ab) : a =$

2) $(3x^2y^3 - 5a^2x^4) : (-3x^2) =$

3) $(a^m + a^{m-1}) : a^2 =$

4) $(2a^m - 3a^{m+2} + 6a^{m+4}) : (-3a^3) =$

5) $(a^m b^4 + a^{m-1} b^{n-2} + 6a^{m-2} b^{n+4}) : a^2 b^3 =$

6) $(x^{m+2} - 5x^m + 6x^{m+1} - x^{m-1}) : x^{m-2} =$

7) $\left[(a+b)^2 - (a+b)\right] : (a+b) =$

8) $\left[6(x-y)^3 - 4(x-y)^2\right] : \left[-2(x-y)^2\right] =$

EXERCÍCIO XVI:

Efetue e reduza os têrmos semelhantes:

1) $x^m \cdot x^{m+1} - x^{3m} : x^{m-1} =$

2) $x^m \cdot x - x^m : x^{-1} =$

3) $2ab \cdot 3a^2b + 4a^3b : b^{-1} =$

4) $2(3a^2 - 2ab) + 4a : b^{-1} =$

EXERCÍCIO XVII:

Curiosidade

Peça a seu amigo:

1) Escrever a idade dêle.
2) Calcular o dôbro dessa idade.
3) Somar uma dúzia e meia ao resultado encontrado.
4) Calcular a metade dêsse último resultado.
5) Subtrair finalmente do quociente encontrado a idade dêle.

Após essas operações você poderá afirmar que o resultado que encontrou é 9.

Representando por i a idade de seu amigo, você poderá provar que o resultado é sempre nove, efetuando, com o auxílio dos conhecimentos algébricos já adquiridos, a seguinte expressão:

$$(2i + 18) : 2 - i$$

EXERCÍCIO XVIII:

1) O produto de um trinômio por um binômio tem, no máximo, ______ têrmos.

2) O produto de um binômio por um trinômio tem, no mínimo, ______ têrmos.

3) Se o divisor é $x^2 - x - 1$, o quociente é $x + 4$ e o resto é -5, o dividendo é ______

4) Pondo:

   a) entre parênteses, precedidos do sinal — (menos), os dois últimos têrmos do polinômio $x - 2y - z$, obtemos ______;

   b) entre parênteses, precedidos do sinal + (mais), os dois últimos têrmos do polinômio $x - 2y - z$, obtemos ______

5) Multiplicando o monômio $-6a^{m+n}b^{p-1}x^{r+2}$ por ______, obtemos $-3a^2x$.

6) Dividindo o monômio $-4a^3b^2x^3$ por ______, obtemos $2a^2bx^2$.

EXERCÍCIO XIX:

Complete:

1) Se n é um número natural, o sucessor de n é ______

2) Se x é um número par, os números pares imediatamente superior e inferior são, respectivamente, ______ e ______

3) Se n cadernos custam c cruzeiros, uma dúzia custará ______

4) Se um pai tem 27 anos e seu filho, 2:

   a) daqui a 5 anos o pai terá ______ anos e o filho, ______ anos;

   b) daqui a x anos o pai terá ______ anos e o filho, ______ anos.

5) O tempo gasto por um móvel, animado de uma velocidade constante V, para percorrer uma distância d, é ______

6) Numa divisão, o divisor é b, o quociente é q e o resto é o maior possível; a expressão do dividendo é ______

7) O número 47, decomposto em dezenas e unidades, pode ser escrito $4 \times 10 + 7$; então, o número que tem para algarismo das dezenas d e das unidades u, pode ser escrito sob a forma ______

8) Se as dimensões de um retângulo são x e y e o lado de um quadrado é z:

   a) a soma de suas áreas é a expressão ______;

   b) a diferença entre o perímetro do retângulo e o do quadrado é ______

EXERCÍCIO XX:

Adivinhação:

Peça ao seu amigo: 1.°) Pensar um número. 2.°) Subtrair uma unidade dêsse número. 3.°) Calcular o dôbro da diferença encontrada. 4.°) Somar ao resultado encontrado o número pensado.

Peça-lhe dizer o resultado, que você adivinhará o número pensado.

Chave da adivinhação: basta somar dois ao resultado fornecido e calcular a têrça parte.

Exemplo:

Se o seu amigo pensou o número 5, encontrou sucessivamente 4, 8 e 13. Então o resultado que lhe daria seria 13.

Somando 2 a êsse resultado, temos 15 e dividindo 15 por 3, obtemos 5.

Justifique porque somando 2 ao resultado dado por êle, e dividindo êsse nôvo resultado por 3, tem-se sempre o número pensado.

Sugestão: Procure a expressão que traduza em linguagem algébrica as várias fases da adivinhação, e, a seguir, calcule o resultado dessa expressão.

EXERCÍCIO XXI:

Estude no seu livro o assunto "potenciação" e complete as seguintes igualdades:

1) $a^m \cdot a^p =$ ______

2) $(a^m)^p =$ ______

3) $(abc)^m =$ ______

4) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m =$ ______, se $b \neq 0$.

5) $\dfrac{a^m}{a^n} =$ ______, se $a \neq 0$.

6) $a^m b^m c^m =$ ______

7) $\dfrac{a^m}{b^m} =$ ______, se $b \neq 0$.

8) $a^{-m} =$ ______, se $a \neq 0$.

EXERCÍCIO XXII:

Se você entendeu as propriedades do exercício XXI, poderá fàcilmente fazer os exercícios seguintes:

1) $b^7 \cdot b^{11} =$ ______

2) $x^{a-3} \cdot x^2 =$ ______

3) $a^{2-p} \cdot a^{p+1} =$ ______

4) $(-2)^4 \cdot (-2)^3 =$ ______

5) $x^{a(a-1)} \cdot x^a =$ ______

6) $2b^{m-3} : b^{4-m} =$ ______

7) $(b^7)^3 =$ ______

8) $(3x^{2n})^4 =$ ______

9) $3(2c^n)^4 =$ ______

10) $a\,(bc^{m+3})^2 =$ ______

11) $m^x : m^{3x} =$ ______

12) $x^{10m} : x^{2m} =$ ______

13) $a^{3n} : a^{9n} =$ ______

14) $b^{4c} : b^{8c} =$ ______

15) $2c^{p+3} : c^{p-4} =$ ______

16) $3y^{2-q} : y^{q+2} =$ ______

17) $(2a^2b^3)^3 =$ ______

18) $(-3a^5b^7c^9)^3 =$ ______

19) $\left(\frac{2}{5}\,xy^3z^4\right)^3 =$ ______

20) $\left[(-2ab^2)^2\right]^3 =$ ______

21) $(a^{m+1}b^3\,c^4)^3 =$ ______

22) $(-x^{m-2}\,y^{m-1}\,z^m)^3 =$ ______

23) $a^{m+2} \,.\, a^{m+4} \,.\, a^{3(m-2)} =$ ______

24) $x^{a(a-b)} \,.\, x^{b(a+b)} : x^{a^2-b^2} =$ ______

25) $b^{5m-4n} : (b^{m-2n} : b^{m+2n}) =$ ______

EXERCÍCIO XXIII:

Dê o resultado das seguintes expressões numa potência de uma única base.

1) $3^7 \,.\, 9^8 =$ ______

2) $8^6 : 2^3 =$ ______

3) $25^5 : 125^2 =$ ______

4) $4^{3n+4} \,.\, 8^{1-2n} =$ ______

5) $36^{x+2} : 6^{2x-3} =$ ______

6) $9^{3p} : 27^{2p} =$ ______

7) $8^3 \,.\, 4^{2n} : 16^{n-2} =$ ______

8) $(9^m)^{2m-1} \,.\, 27^{m+2} : 81^{m^2+1} =$ ______

9) $(5^x)^3 \,.\, 25^{x-3} \,.\, 125^{3-x} =$ ______

Cole aqui a figura colorida n.º 6

PRODUTOS NOTÁVEIS

EXERCÍCIO XXV:

Substituindo, na igualdade $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, b por $-b$, você obtém o quadrado de $a - b$. Escreva a seguir a igualdade obtida $(a - b)^2 =$ ______

______

EXERCÍCIO XXVI:

Eleve ao quadrado os seguintes binômios:

1) $2a + 1 =$ ______
2) $2a - 1 =$ ______
3) $1 - E^2 =$ ______
4) $3B^2 - 1 =$ ______
5) $x^3 - 1 =$ ______
6) $5M^2 + 2M^4 =$ ______
7) $5xy^2 + 2x^4 =$ ______
8) $5x_o + y =$ ______
9) $3R^2 I^3 + V^2 =$ ______
10) $abc + 1 =$ ______

EXERCÍCIO XXVII:

Desenvolva:

1) $\left(\frac{2}{3} a^3b^2 - \frac{3}{2} a^2b^3\right)^2 =$ ______

______

2) $\left(\frac{1}{4} - \frac{4}{x^3}\right)^2 =$ ______

______

3) $\left(-\frac{3}{2} a^4x^3 + 4ax^3\right)^2 =$ ______

______

4) $(3a^5 b^4 - 2ab^3)^2 =$ ______

______

5) $\left(\frac{a^2x}{b^2y} - \frac{b^2y}{a^2x}\right)^2 =$ ______

______

6) $(-7a^{-2} + 2a^3)^2 =$ ______

______

7) $\left(\frac{1}{3} a + \frac{1}{2} x^{-1}\right)^2 =$ ______

______

Cole aqui a figura colorida n.º 7

EXERCÍCIO XXVIII:

Observe atentamente as faces coloridas dos blocos de um "Algebloc", que aparecem na ilustração, e verifique que: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

EXERCÍCIO XXIX:

Aplicando a regra do produto de um binômio pelo seu conjugado, calcule os seguintes produtos:

1) $(x + 3y)(x - 3y) =$ ______

2) $(a - x)(x + a) =$ ______

3) $(x_1^2 + x_2^2)(x_1^2 - x_2^2) =$ ______

4) $(2x_a - 1)(1 + 2x_a) =$ ______

5) $(n - 1)(1 + n) =$ ______

6) $(R^3 - L^2)(L^2 + R^3) =$ ______

7) $(1 - 8RI)(8RI + 1) =$ ______

8) $(E^m + C^n)(E^m - C^n) =$ ______

9) $(3x^n - 5y^m)(5y^m + 3x^n) =$ ______

10) $\left(-x + \frac{1}{x}\right)\left(-\frac{1}{x} - x\right) =$ ______

11) $\left(\frac{1}{2} + \frac{7a}{4}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{7a}{4}\right) =$ ______

12) $\left(-a^2x + \frac{2}{3y}\right)\left(-a^2x - \frac{2}{3y}\right) =$ ______

EXERCÍCIO XXX:

Verifique que $(a + b)^2 . (a - b)^2$ é igual a $(a^2 - b^2)^2$ e, a seguir, faça os seguintes exercícios:

1) $(x + 1)^2 (x - 1)^2 =$ ______

2) $(2y - 3)^2 (2y + 3)^2 =$ ______

3) $(a^2 + b)^2 (a^2 - b)^2 =$ ______

4) $(3m - 2)^2 (3m + 2)^2 =$ ______

5) $(ab + 3)^2 (ab - 3)^2 =$ ______

EXERCÍCIO XXXI:

Faça êste exercício no caderno de rascunho e coloque apenas os resultados nos lugares indicados:

1) $(x + 2)^2 + (x - 1)^2$ ______

2) $(2A + 3)^2 + (A + 5)^2$ ______

3) $(3t - 1)^2 - (2t + 1)^2$ ______

4) $(x - 1)^2 - (2x + 4)(2x - 4)$ ______

5) $(2y - 1)^2 - (y + 3)(y - 3)$ ______

6) $(3B + 5)(3B - 5) - (2B + 7)^2$ ______

7) $(x + 1)(x - 1) - (x + 3)(x + 5)$ ______

8) $2(m + 1)^2 - 3(1 - m)^2$ ______

9) $3(x - 1)(x + 3) - 2(x + 3)^2$ ______

10) $2(E + 3)(E + 7) + 3(E - 5)^2$ ______

EXERCÍCIO XXXII

1) Some o quadrado de $x + 3$ ao produto de $x + 5$ por $x - 7$.

______

______

2) Calcule a diferença entre o quadrado de $y + 5$ e o quadrado de $2y + 3$.

______

______

3) Calcule o excesso do produto de $x + 2$ por $x + 7$ sôbre o quadrado de $2x + 1$.

______

______

4) Calcule o produto de $(2x + 3)^2$ por $(2x - 3)^2$.

______

______

5) Efetue a soma de $(3a + b)^2$ com $-(2a - 3b)^2$.

______

______

6) Do quadrado de $a + 1$ subtraia o produto de $3a - 1$ pelo seu conjugado.

______

______

7) Quanto devemos somar ao produto de $3b - c$ pelo conjugado para se obter o quadrado de $2b - c$?

______

______

EXERCÍCIO XXXIII:

Complete, fazendo os cálculos necessários no rascunho:

1) $(3a + 5)^2 + \ldots\ldots = (a + 3)(3a + 1)$

2) $(2y - 3)^2 - \ldots\ldots = y^2 + 1$

3) $(2a + 1)^2 - (a - 3)^2 =$

4) $(x + \ldots\ldots)^2 = x^2 + 6x + \ldots\ldots$

5) $(y + \ldots\ldots)^2 = y^2 + 3y + \ldots\ldots$

6) $\left(\ldots\ldots + \frac{1}{2}\right)^2 = 4x^2 + \ldots\ldots + \frac{1}{4}$

EXERCÍCIO XXXIV:

Verifique as identidades:

1) $(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2 = (a^2 + b^2)^2$

2) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

3) $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$
(Identidade de Euclides)

4) $(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2 = (2ab)^2$
(Identidade de Platão)

5) $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
(Identidade de Warring)

6) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
(Identidade de Warring)

FATORAÇÃO

EXERCÍCIO XXXV:

Ponha em evidência, de acôrdo com o que é sugerido pela parte colorida da gravura:

1) $m^2 + mn$

2) $p + p^2$

3) $2 + 4q$

4) $x^2 + x$

5) $x^3 - 4x^2$

6) $5x^{m+1} + 15x^{m-1}$

7) $x^{m+3} + x^{m+5} - mx^{m+7}$

8) $a^{20} - a^{16} + a^{12} - a^8 + a^4 - a^2$

9) $3^{2x+3} + 3^{2x+1} - 3^{2x-1}$

10) $7^{3x+1} - 7^{3x} + 7^{3x-1}$

Cole aqui a figura colorida n.º 8

EXERCÍCIO XXXVI:

Decomponha em um produto de 2 fatôres:

1) $a(b + 1) + (b + 1)$

2) $x(a + 1) - 3(a + 1)$

3) $2(x - 1) + y(x - 1)$

4) $m(a - b) + (a - b)n$

5) $a(n + a) + n + a$

6) $x(a + 1) - a - 1$

7) $a^2 + 1 - b(a^2 + 1)$

8) $4x(m - n) + n - m$

9) $-m - n + x(m + n)$

10) $(a + b)^3 + (a + b)$

EXERCÍCIO XXXVII:

Decomponha em um produto de 2 fatôres:

1) $1 - 36r^2$

2) $4F^2 - f^2$

3) $\frac{E^2}{I^2} - \frac{S^2}{V^2}$

4) $\frac{1}{R^2} - \frac{1}{r^2}$

5) $\frac{1}{c^2} - \frac{V^2}{Q^2}$

6) $a^{2m} - b^{2n}$

7) $1 - \frac{a^4}{b^{2m}}$

8) $a^{2x+2} - 1$

Sugestão: lembrar que $a^{2x+2} = (a^{x+1})^2$

EXERCÍCIO XXXVIII:

Aplicando a mesma regra do exercício XXXVII, decomponha em fatôres:

1) $(a + b)^2 - c^2$

2) $a^2 - (b + c)^2$

3) $(a - b)^2 - c^2$

4) $a^2 - (b - c)^2$

5) $x^2 - (2y - z)^2$

6) $(a + b)^2 - 4b^2$

7) $(x - y)^2 - 4z^2$

8) $1 - (3x - 2y)^2$

9) $(x + y)^2 - z^2$

10) $x^2 - (y - z)^2$

11) $(a + b)^2 - (c + d)^2$

12) $(a + b)^2 - (c - d)^2$

13) $(a + b)^2 (a - b)^2 - (c - d)^2$

14) $(a - b)^2 - (c + d)^2$

15) $(3a + 5b)^2 - (a - 2b)^2$

16) $(4a - 3b)^2 - (a + 2b)^2$

17) $4(x + a)^2 - 49y^2$

18) $25(x - y)^2 - 4(x + y)^2$

19) $9(4p - q)^2 - 4(4p + q)^2$

20) $36(m + n)^2 - 121(m - n)^2$

Cole aqui a figura colorida n.º 9

EXERCÍCIO XL:

Empregando as identidades de Warring (vide Ex. XXXIX), fatore as expressões:

1) $a^3 + 1$

2) $x^3 - 1$

3) $x^3 - 125$

4) $8a^3 + x^3$

5) $64 - b^3$

6) $a^3 + \frac{1}{8}$

7) $x^3 + \frac{8}{27y^3}$

8) $\frac{8}{27} x^3 - \frac{1}{8}$

EXERCÍCIO XLI:

Baseado no quadrado de um binômio (Ex. XXIV), fatore as seguintes expressões:

1) $x^2 + 6x + 9$

2) $y^2 - 4y + 4$

3) $4x^2 - 12ax + 9a^2$

4) $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$

5) $a^2b^2c^2 - abc + \frac{1}{4}$

6) $4m^6n^4 + 2m^3n^2 + \frac{1}{4}$

7) $1 - \frac{a}{b} + \frac{a^2}{4b^2}$

8) $\frac{1}{R^2} + \frac{2}{Rr} + \frac{1}{r^2}$

9) $a^2 + \frac{1}{4a^2} - 1$

10) $a^{2x+2} - 2a + \frac{1}{a^{2x}}$

Cole aqui a figura colorida n.º 10

EXERCÍCIO XLII:

Observe as faces coloridas dos blocos que aparecem na gravura, e, a seguir, complete a igualdade:

$x^2 + 3x + 2 = (x ______) (x ______)$

EXERCÍCIO XLIII:

Decomponha em um produto de 2 fatôres:

1) $e^2 + 5e + 6$ __________
2) $i^2 + 7i + 12$ __________
3) $P^2 - 11P + 24$ __________
4) $R^2 - 4R - 45$ __________
5) $X^2 + X - 2$ __________
6) $y^2 + 2y - 63$ __________
7) $I^2 - 6IR - 55R^2$ __________
8) $X^2 + 150 - 25X$ __________
9) $Q^2 - 10Q - 24$ __________
10) $a^2b^2 - 96 - 10ab$ __________
11) $j^2 + 7j - 60$ __________
12) $E^2 + EI - 72I^2$ __________
13) $x^2y^2 - xy - 6$ __________
14) $(r - 8) r + 12$ __________
15) $(E - 9) E + 14$ __________
16) $(Z - 2) Z - 35$ __________
17) $54 + (A - 15) A$ __________
18) $V^2 + 3t (5V + 12t)$ __________
19) $j^2 - 7jx - 120x^2$ __________
20) $e^2 - 21ej + 110j^2$ __________

EXERCÍCIO XLIV:

Fatore, agrupando têrmos:

1) $ax - bx + ay - by$

2) $ax - bx - ay + by$

3) $x^3 + x^2 + x + 1$

4) $1 + a + 3b + 3ab$

5) $x^2 + xy - ax - ay$

6) $x^2 - xy - 6x + 6y$

7) $2x^3 - 3x^2 - 4x + 6$

8) $ax^2 + a^2x + a + x$

9) $x^3 - 2x^2 - x + 2$

10) $a^2b - abx - ac + cx$

EXERCÍCIO XLV:

(Combinação dos tipos precedentes). Fatore:

1) $3ax^2 - 3a$

2) $3x^2 - 3x - 6$

3) $a^4 - a$

4) $x^3 - 3x^2 - 10x$

5) $2a^2x - 4abx + 2b^2x$

6) $m^3 - 4m + m^2 - 4$

7) $p^2 + 2pq + q^2 - 1$

8) $3ax^3 + 3ay^3$

9) $x^4 - 3x^2 - 4$

10) $a^3 - a^2 - a + 1$

11) $x^3 - x + x^2y - y$

12) $3x^3 - x^2y - 3xy^2 + y^3$

13) $t^4 - 81$

14) $u^3 - 1$

15) $a^2 - b^2 - 5a + 5b$

16) $(y^2 + 1)^2 - 3(y^2 + 1) + 2$

17) $1 - a^2 + 2ax - x^2$

18) $-9a^2b^2 + 6ab - 1$

19) $-y^2 + 4y + 21$

20) $21 + 4a - a^2$

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

EXERCÍCIO XLVI:

Calcule o m.m.c. das expressões, usando, quando necessário, o seu caderno de rascunho.

1) $5ab^3; 7a^2b^4$

2) $12x^3y^3; 54yz^2$

3) $12R^3; 45L^2$

4) $72x^3y; 96y^2z^4$

5) $x^2 + ax; ax - a^2$

6) $ab - b^2; a^2 - b^2$

7) $x^2 + x - 6; x^2 + 4x + 3$

8) $R^2 - 4; R^2 + 9R + 14$

9) $y^{10} + y^9; y^{12} + y^{11}$

10) $ab(x + y); a^2b(x^2 - y^2)$

11) $6c - 18; c^2 - 9; c^2 - 6c + 9$

12) $x^2 - 3x - 10; x^2 - 25$

13) $r^2 - s^2; r - s; rs + s^2$

14) $x(y - z); y(z - x); z(x - y)$

15) $x^2 - ax - bx + ab; x^2 - b^2$

16) $ax - ay; bx + by; x^2 - y^2$

17) $L^2 - 2L - 3; L^2 - 1$

18) $8m^2 - 4mn; 2mn + n^2; 4m^2 - n^2$

19) $x^2 + 2xy + y^2; x^2 - y^2; x + y$

20) $(a + b)^2; a^2 - b^2; (a - b)^2$

FRAÇÕES

EXERCÍCIO XLVII:

Simplifique as frações:

1) a) $\dfrac{14a^2bc^2}{7abcd} =$

b) $\dfrac{-32x^2yz}{-48xyz^2} =$

c) $\dfrac{25a^4b^3c^2}{5a^2b^4c^3d} =$

2) a) $\dfrac{x^2 + x}{x^2 - 1} =$

b) $\dfrac{x^3 - 1}{x^2 - x} =$

c) $\dfrac{ax^2 - ay^2}{2ax^2 - 4axy + 2ay^2} =$

3) a) $\dfrac{a^2 - 3a}{a^2 + 2a - 15} =$

b) $\dfrac{a^2 - 2ab + b^2 - c^2}{(a - b + c)^2} =$

c) $\dfrac{b + b^2}{a + ab} =$

4) a) $\dfrac{ax + x^2}{ab^2 + b^2 x} =$

b) $\dfrac{x^2 + 2ax + a^2}{mx + ma} =$

c) $\dfrac{am + mb - an - bn}{a^2 - b^2} =$

5) a) $\dfrac{u - v}{v - u} =$

b) $\dfrac{b - a}{a^2 - b^2} =$

c) $\dfrac{16x^2 - 25}{5 - 4x} =$

6) a) $\dfrac{-2c + 5x}{(5x - 2c)^2} =$

b) $\dfrac{4x^2 - 4a^2}{8a^3 - 8x^3} =$

c) $\dfrac{(2a + 3b)\,(3a - b)}{(b - 3a)\,(3b - 2a)} =$

7) a) $\dfrac{9c^2 - 16b^2}{(4b - 3c)^2} =$

b) $\dfrac{4e^2 - 16y^2}{(6y - 3e)^2} =$

c) $\dfrac{(7 - 4x)\,(3x - 2)}{(4x - 7)\,(2 - 3x)^2} =$

EXERCÍCIO XLVIII:

Nos exercícios abaixo, complete os espaços em branco com expressões convenientes:

1) $\dfrac{m-n}{m+n} = \dfrac{\quad}{m^2 - n^2}$

2) $\dfrac{m-n}{m+n} = \dfrac{m^2 - n^2}{\quad}$

3) $\dfrac{2a}{1-a} = \dfrac{\quad}{1 - 2a + a^2}$

4) $\dfrac{a+1}{a-1} = \dfrac{\quad}{a^3 - 1}$

5) $\dfrac{4a - 4b}{6a + 6b} = \dfrac{\quad}{18a + 18b}$

6) $\dfrac{2m}{m-3} = \dfrac{\quad}{m^2 - 2m - 3}$

7) $\dfrac{7}{x-a} = \dfrac{7x - 7}{\quad}$

8) $\dfrac{a}{a-b} = \dfrac{\quad}{b-a}$

EXERCÍCIO XLIX:

Efetue, no caderno de rascunho, e coloque o resultado no lugar indicado:

1) $\dfrac{5x^2}{4xyz} : \dfrac{3y^2z}{10x^2yz} =$ __________

2) $\dfrac{8a^2b^3}{45x^2y} : \dfrac{15xy^2}{24a^2b^2} =$ __________

3) $\dfrac{8x^2y}{15ab^3} : \dfrac{2x^3}{3ab^2} =$ __________

4) $\dfrac{a+b}{4b} \cdot \dfrac{6a^2}{(a+b)^2} =$ __________

5) $\dfrac{3p}{2p-2} : \dfrac{2p}{p-1} =$ __________

6) $\dfrac{7x+14}{3x-6} \cdot \dfrac{x^2-4}{(x+2)^2} =$ __________

7) $\dfrac{m^2 - n^2}{c^3 + d^3} : \dfrac{n-m}{c+d} =$ __________

8) $\dfrac{2t^2 - t}{4t^2 - 1} \cdot \dfrac{6t+3}{4t} =$ __________

9) $\dfrac{(2r+s)^2}{8r-4s} : \dfrac{4r^3 - rs^2}{8rs - 4s^2} =$ __________

10) $\dfrac{a^2 - ab}{3a - 6b} : \dfrac{a^2 - b^2}{a^2 - ab - 2b^2} =$ __________

11) $\dfrac{x^2 + 4xy + 3y^2}{x^2 - y^2} \cdot \dfrac{(x - y)^2}{x + 3y} : \dfrac{x - y}{x + y} =$ ....

12) $\dfrac{(a + b)^2 - c^2}{a^2 - (b - c)^2} : \dfrac{c^2 - (a + b)^2}{c^2 - (a - b)^2} =$ ....

13) $\dfrac{(x - a)^2 - b^2}{(x - b)^2 - a^2} \cdot \dfrac{x^2 - (b - a)^2}{x^2 - (a - b)^2} =$ ....

14) $\dfrac{(a - b) + 1}{a} \cdot \dfrac{a}{a - b} =$ ....

15) $\dfrac{4}{3x\,(x + y)} \cdot \dfrac{x + y}{8} =$ ....

16) $\dfrac{(2x - 3y) + 3y}{(x - y) - x} \cdot \dfrac{(x - y)\,y}{(2x - 3y).2x} =$ ....

17) $\dfrac{4a - b}{(a - 2b) + a} \cdot \dfrac{(a - 2b) + b}{3a - b} : \dfrac{(a - b) + 3a}{3a - b} =$

18) $\dfrac{(a + 2)\,a + 1}{(a - 2)\,a + 1} : \dfrac{(a + 1)^2}{a^2 - 1} =$ ....

19) $\dfrac{(x - 4)\,x + 4}{(x - 4)\,x + 3} \cdot \dfrac{(x - 4)\,(x + 3)}{x^2 + x - 6} =$ ....

20) $\dfrac{(m - 2)m - 3}{m^2 - 9} \cdot \dfrac{m(m - 2) + 3(m - 2)}{(m - 2)\ (m - 3)} \cdot \dfrac{m + 1}{m - 3} =$ ....

EXERCÍCIO L:

Efetue, no caderno de rascunho, e coloque apenas o resultado no lugar indicado

1) $\dfrac{u}{9} - \dfrac{v}{2} - \dfrac{4u - 9v}{18} =$ ....

2) $\dfrac{t - 3}{2t} - \dfrac{3t + 7}{2t} =$ ....

3) $\dfrac{a}{2b} - \dfrac{a}{3b} - \dfrac{a}{4b} - \dfrac{a}{5b} =$ ....

4) $\dfrac{x}{xy^2} + \dfrac{y}{x^2y} =$ ....

5) $\dfrac{a}{a^2bc} + \dfrac{ab}{ab^2c} =$ ....

6) $\dfrac{7a}{18y^2} - \dfrac{5a}{2y^2} + \dfrac{4a}{9y^2} =$ ....

7) $\dfrac{5a}{12bc} + \dfrac{4b}{9ac} - \dfrac{3c}{16ab} =$ ....

8) $\dfrac{1}{c^n} + \dfrac{1}{c^{n+1}} =$ ....

9) $\dfrac{3-y}{y^n} + \dfrac{1}{y^{n-1}} =$ ....

10) $\dfrac{r}{r+1} - \dfrac{r}{r-1} =$ ....

11) $\dfrac{a+b}{ab} - \dfrac{a}{b\,(a+b)} - \dfrac{1}{a} =$ ....

12) $\dfrac{x}{y-1} - \dfrac{y}{y^2(y-1)} =$ ....

13) $\dfrac{x-1}{(x+1)^2} + \dfrac{x+2}{x+1} =$ ....

14) $\dfrac{a}{a^n+1} + \dfrac{a}{a^n-1} =$ ....

15) $\dfrac{x-1}{2x+2} + \dfrac{3x-2}{3x+3} =$ ....

16) $\dfrac{5}{4x-4} - \dfrac{7}{6x+6} =$ ....

17) $\dfrac{4}{x-1} - \dfrac{3}{x-3} + \dfrac{x-15}{x^2-4x+3} =$ ....

....

18) $\dfrac{4a-2b}{a+b} - \dfrac{3a-2b}{a-b} - \dfrac{a^2}{a^2-b^2} =$ ....

....

EXERCÍCIO LI:

Efetue:

1) $\dfrac{5}{x-a} + \dfrac{7}{a-x} =$ ....

2) $\dfrac{6x}{3x-2y} - \dfrac{5}{2y-3x} =$ ....

3) $\dfrac{1}{x-4} + \dfrac{4}{4-x} =$ ....

4) $\dfrac{2}{x-2} + \dfrac{1}{2-x} =$ ....

5) $\dfrac{y}{y-1} + \dfrac{y}{1-y} =$ ....

6) $\dfrac{9}{4-x^2} + \dfrac{2}{x^2-4} - \dfrac{7-x}{4-x^2} =$ ....

....

....

7) $\dfrac{2m}{3m-2} - \dfrac{5m}{2-3m} + \dfrac{6}{2-3m} =$ ....

....

....

EXERCÍCIO LII:

Empregando o artifício do exercício anterior, efetue, no caderno de rascunho, e coloque apenas o resultado no lugar indicado:

1) $\dfrac{a-1}{a-2}+\dfrac{a-3}{4-a^2}-\dfrac{a+1}{a+2}=$ ______

2) $\dfrac{x^2-2x}{x^2-1}-\dfrac{x+3}{1+x}-\dfrac{4x}{1-x}=$ ______

3) $\dfrac{x+y}{x-y}+\dfrac{4xy}{y^2-x^2}-\dfrac{x-y}{x+y}=$ ______

4) $\dfrac{b^2}{b^2-1}+\dfrac{b}{b+1}-\dfrac{b}{1-b}=$ ______

5) $\dfrac{x^2}{x^2-1}+\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{x}{1-x}=$ ______

6) $\dfrac{a}{a-x}+\dfrac{3a}{a+x}+\dfrac{2a}{x^2-a^2}=$ ______

7) $\dfrac{3}{2a-3}+\dfrac{2}{3+2a}+\dfrac{15}{9-4a^2}=$ ______

8) $\dfrac{u-v}{v}+\dfrac{2uv}{u-v}+\dfrac{u^3+u^2v}{v^3-u^2v}=$ ______

9) $\dfrac{3}{m}+\dfrac{5}{1-2m}-\dfrac{2m-7}{4m^2-1}=$ ______

10) $\dfrac{1}{(x+a)^2}+\dfrac{1}{(a-x)^2}+\dfrac{1}{x^2-a^2}=$ ______

11) $\dfrac{1}{(x-2)\,(x-3)}+\dfrac{2}{(x-1)\,(3-x)}+$
$+\dfrac{1}{(x-1)\,(x-2)}=$ ______

12) $\dfrac{3}{1-x}+\dfrac{x}{x^2-1}-\dfrac{x+1}{(x-1)^2}=$ ______

13) $\dfrac{3}{(a-b)\,(b-c)}-\dfrac{4}{(b-a)\,(c-a)}-$
$-\dfrac{6}{(a-c)\,(c-b)}=$ ______

EXERCÍCIO LIII:

Complete:

1) Se uma torneira enche um tanque em x horas, em y horas encherá ______ do tanque.

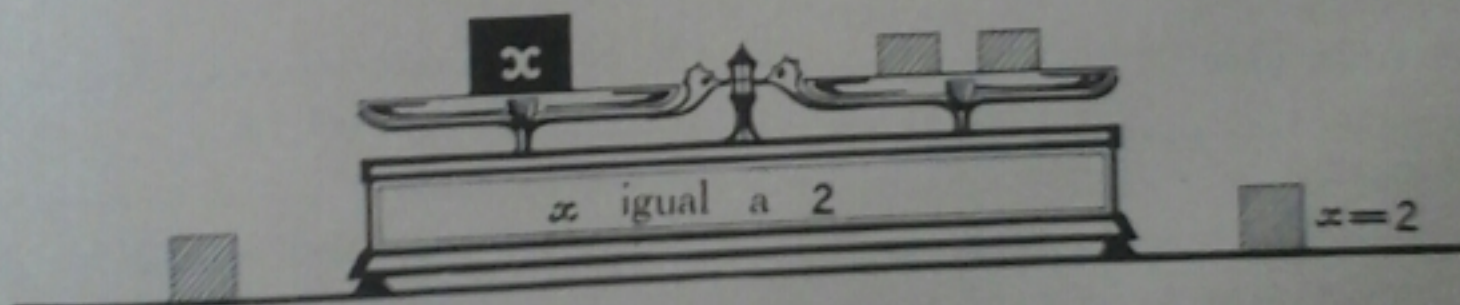
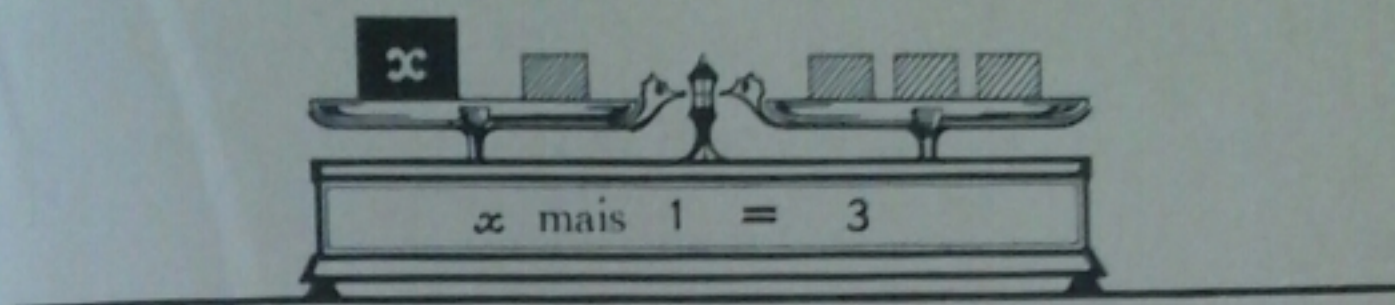
2) Uma torneira enche um tanque em x horas e outra, em y horas. As duas, funcionando simultâneamente, enchem, em uma hora, ______ do tanque.

3) Se x maçãs custam $c + 5$ cruzeiros, $x - 3$ maçãs custarão ______ cruzeiros.

4) Se a soma de 2 números é s, e a diferença é d, o menor dêsses números é dado pela expressão ______

5) 10 pessoas cotizaram-se para comprar um terreno por c cruzeiros. Uma delas desistiu. Cada uma das restantes pagou a mais ______ cruzeiros.

6) Uma pessoa comprou c cadernos por x cruzeiros. Se tivesse comprado menos 3 cadernos pela mesma soma, cada caderno teria custado mais ______

7) Dada a fração $\frac{N}{D}$, sendo N e D números naturais, uma outra fração, cujos têrmos são números naturais, e cujo numerador é o dôbro do da fração dada e cujo denominador é o triplo do da primeira fração, será ______

Equação do 1.º Grau

Você sabia que...

foi o inglês Thomas Harriot (1568-1621) que, primeiro, escreveu uma equação sob a forma $f(x) = 0$, isto é, reuniu, no 1.º membro da equação, todos os seus têrmos?

a passagem dos têrmos de um membro para outro de uma equação, e a redução dos têrmos semelhantes, eram operações conhecidas de Diofanto e tratadas na "Algebr Walmukabala" de Alkhovarizmi?

EXERCÍCIO LIV:

Estudo dirigido

1) Abra o livro adotado no assunto equação.
2) Procure responder, consultando o seu livro, às perguntas que vêm abaixo.
3) Procure localizar, no livro adotado, caso não saiba resolver imediatamente, a definição, regra ou propriedade que permite resolver cada um dos exercícios da segunda parte. Escreva no espaço em branco, à esquerda de cada uma dessas questões, o número respectivo da página e do parágrafo que teve necessidade de ler, para poder resolvê-la.

1.ª Parte

1) Tôda igualdade é uma equação?

2) Qual a diferença entre equação e identidade?

3) Que significa resolver uma equação?

4) Você pode dizer se um número é raiz de uma equação, mesmo quando não sabe resolver essa equação?

5) Só as equações racionais inteiras possuem grau?

6) Enuncie o princípio em que se baseia a transposição dos têrmos de uma equação.

7) Se você multiplicar ambos os membros de uma equação pelo m. m. c. de seus denominadores, eliminará os denominadores dessa equação?

2.ª Parte

1) Verifique se a unidade é raiz da equação:

$$x^3 - 2x^2 = 3x - 4$$

2) Quais os valôres de x que verificam a igualdade

$$x^2 - 9 = (x + 3)\ (x - 3)?$$

3) Verifique se a igualdade

$$x^2 - 4x = x - 4$$

é uma identidade ou uma equação.

4) Dê um exemplo de uma equação racional, com três têrmos em que apareça um radical em um dêles.

5) A equação abaixo, cujas incógnitas são x e y, é numérica ou literal?

$$xy + x = y$$

6) Na equação cuja incógnita é x,

$$m\sqrt{x} + x^2 - 3x = -2,$$

que valor numérico você daria a m para que ela se torne racional?

7) A equação, em x e y,

$$x^2 + 3y^2 = mxy$$

é homogênea, qualquer que seja o valor numérico atribuido a m?

8) Para que valôres de m a equação em x

$$mx^2 - 3x = x - 4$$

é do 2.º grau?

9) Simplifique a equação:

$$125x^2 - 250x = 125.$$

10) Elimine os denominadores da equação:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{1}{4}$$

Você sabia que...

... a Álgebra foi assim a "Regola de la Cosa" e criou-se na Alemanha uma escola de algebristas, conhecidos por **Cossistas?**

... o uso atual de representar as quantidades conhecidas pelas primeiras letras do alfabeto e as incógnitas pelas últimas: x, y, z, é devido a Descartes?

... no fim do século XI, os alemães chamaram a incógnita de "cosa" e no século XVI de "coss"?

Cole aqui a figura colorida n.º 12

EXERCÍCIO LV:

Resolva as equações no caderno de rascunho e coloque apenas os resultados nos lugares indicados:

1) $x + 4 = 3$ ______________________

2) $4x = -2$ ______________________

3) $-2y = 6$ ______________________

4) $e = \frac{e}{7} - 3$ ______________________

5) $1 - \frac{3i}{5} = 2$ ______________________

6) $\frac{4R}{9} = \frac{2R}{3} - 4$ ______________________

7) $z - \frac{4z}{7} = 8$ ______________________

8) $\frac{E}{3} - \frac{E}{5} = \frac{1}{3}$ ______________________

9) $\frac{12I + 5}{8} - \frac{17 - 8I}{10} = \frac{1}{2}$ ______________________

10) $\frac{2a + 3}{6} - \frac{a - 9}{4} = 5$ ______________________

11) $\frac{e - 1}{3} - \frac{2e + 2}{5} = 0$ ______________________

12) $\frac{S + 1}{5} - \frac{S - 1}{2} = \frac{3 - S}{3}$ ______________________

13) $\frac{z + 2}{2} - \frac{z - 3}{3} = 0$ ______________________

14) $\frac{2i - 5}{2} - \frac{i - 4}{15} = \frac{4i + 7}{6} - i$ ______________________

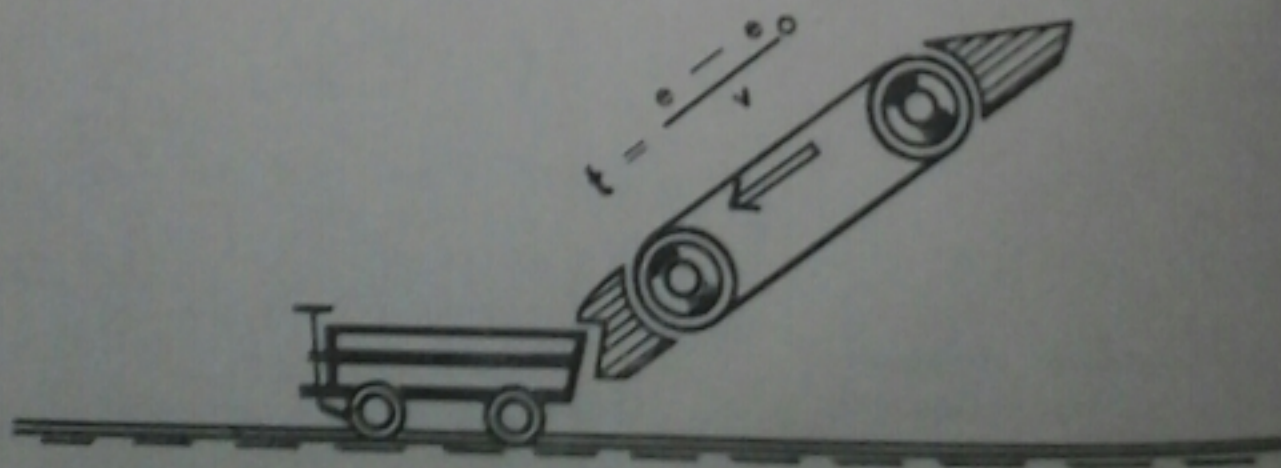
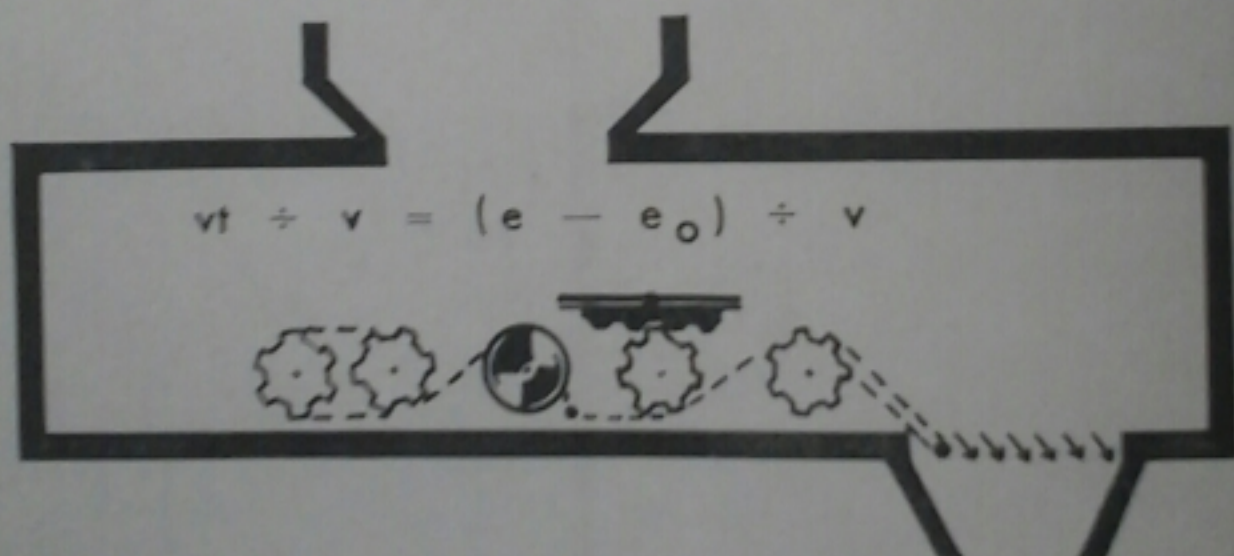
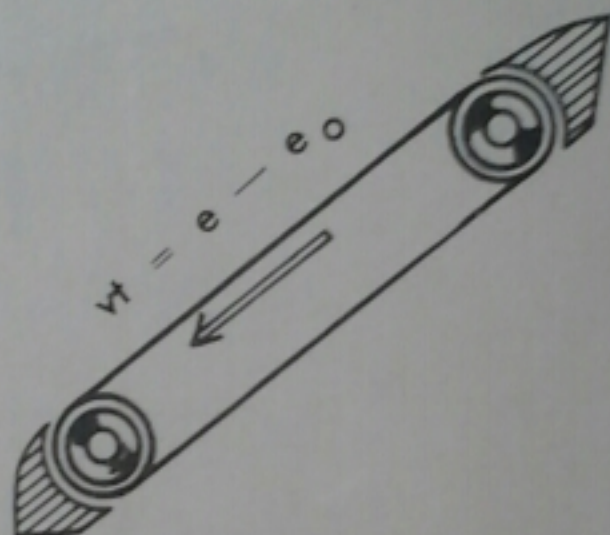
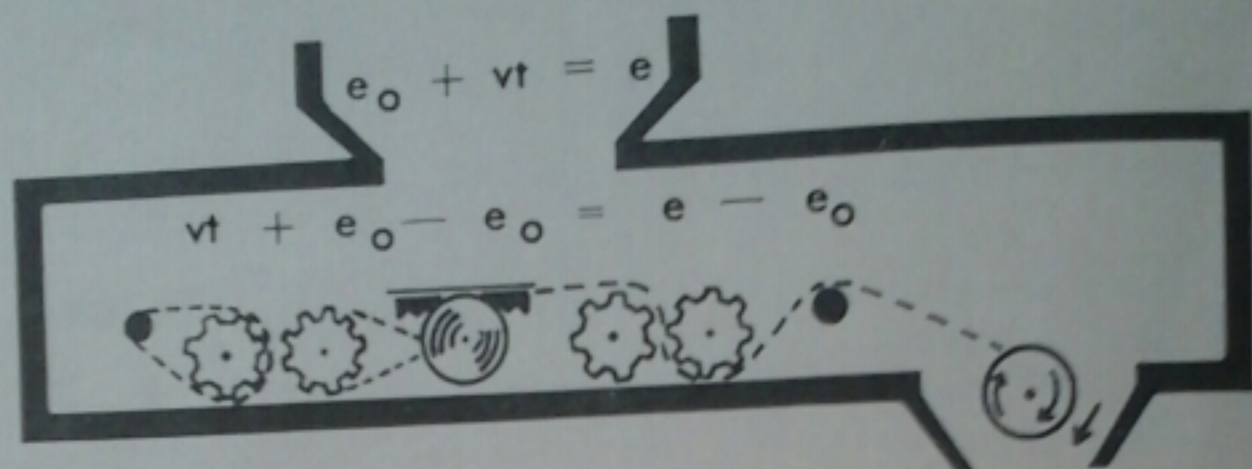
15) $2x - \left[x - \left(\frac{x + 2}{3} - x + 2\right)\right] = 0$ ______________________

16) $3x - 2\left(x - \frac{x + 1}{3}\right) = 1$ ______________________

17) $(3x + 4)^2 - (3x - 4)^2 = 48 - \frac{2}{3}(x - 1)$

____

18) $(3x + 5)(4x - 3) = 3(2x - 2)^2 + 8 - \frac{3}{4}(x - 1)$ ______________________

Calcular o valor de **t** na equação

EXERCÍCIO LVI:

Você encontrará, quando estudar Física, algumas das equações abaixo. Veja se é capaz de escrever a solução dessas equações, considerando como incógnitas as letras indicadas na coluna da esquerda.

Incógnita	Equação	Solução
r	$\frac{E}{e} = \frac{R + r}{r}$	....
t	$l = l_o(1 + at)$	....
F	$C = \frac{5}{9}(F\text{-}32)$	....
q	$\frac{1}{F} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$	....
g	$e = v_o t + \frac{1}{2} gt^2$	....
m_2	$F = k\,\frac{m_1 m_2}{d^2}$	....
R_1	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$	....

EXERCÍCIO LVII:

Com auxílio do caderno de rascunho, responda ou complete:

1) Se $a \neq 0$, a equação $ax + b = 0$ admite a solução ....

2) Quais os números: 3, — 1, 2, 0 e — 3 são raízes da equação:
$x^2 - 5x + 6 = 0$? ....

3) Existe um valor de x que torne o valor numérico da expressão $x - \frac{x - 1}{2}$ igual a 2? ....

4) Que valor de x torna o valor numérico da expressão $\frac{5x - 2}{3} - \frac{x + 16}{2}$ igual ao da expressão $\frac{x - 8}{4} - 3$? ....

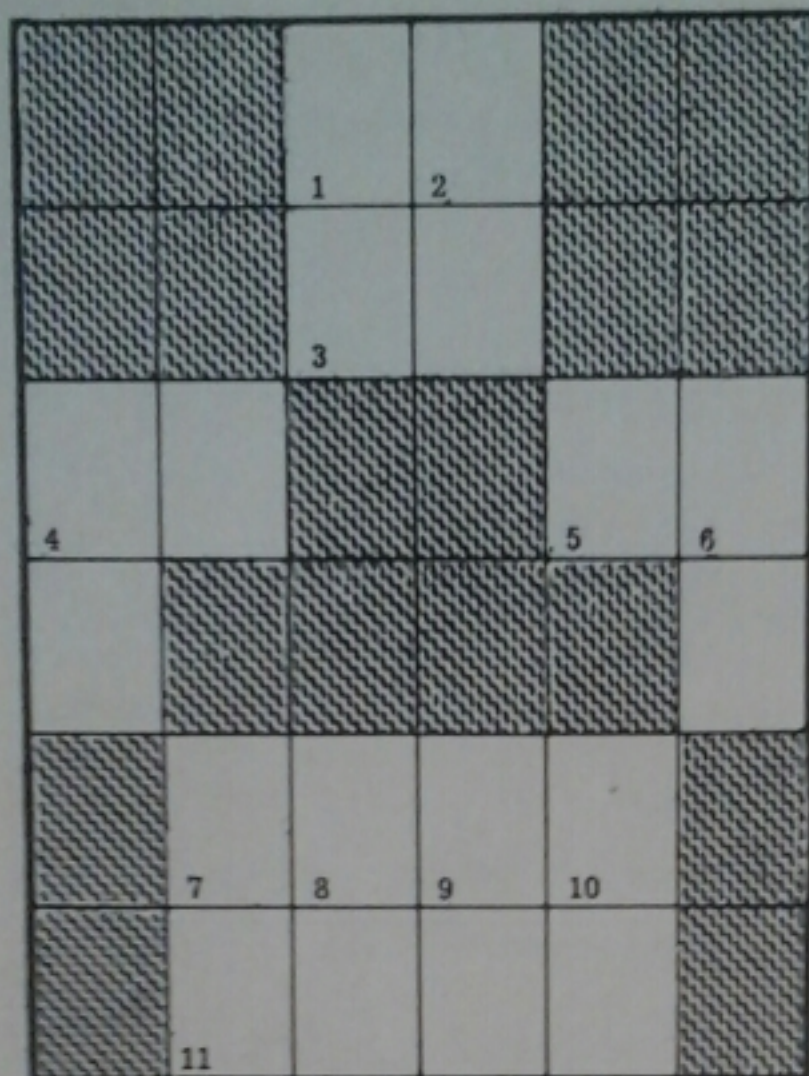
5) As raízes da equação:
$$(x - 3)\ (2x - 1)\ (x + 1) = 0$$
são:
$x' =$ ...., $x'' =$ .... e $x''' =$ ....

6) A equação $2x + \frac{m - 1}{2} = 2$ admite a raiz nula, se m fôr igual a ....

7) As equações $3x - 1 = 0$ e $6x - m = 3$ são equivalentes, quando m fôr igual a ....

8) As equações $x - 2(1 - x) = 2x - 3$ e $mx = 2$ são equivalentes, se m fôr igual a ....

9) A equação $(2t - 1)x^2 - 7x + 14 = 0$ é do 1.º grau, se t fôr igual a ....

10) A equação $m\sqrt{y} + 2y^2 - 5y + 3 = 0$ é racional, se m fôr igual ao número ....

EXERCÍCIO LVIII:

Números cruzados

Horizontais:

1) Raiz de $2x - 46 = 0$ (dia do mês de agôsto em que nasceu, no Ceará, Otto de Alencar).

3) Raiz de $2(x - 5) = 4$ (dia do mês de fevereiro em que faleceu Otto de Alencar).

4) Raiz de $\frac{x-3}{7} = 5$ (Número de anos que viveu Otto de Alencar).

5) Século do nascimento de Otto de Alencar.

7) Ano do nascimento do grande matemático brasileiro Otto de Alencar.

11) Ano em que faleceu, no Rio de Janeiro, Otto de Alencar.

Verticais:

1) Solução da equação $x - \frac{x-1}{3} = 15$

2) Valor de x na equação $x - 2\left(\frac{x-2}{3}\right) = 13$.

4) Valor de m, para que a equação $5x = m - 30$ tenha raiz nula.

6) Número cujos $2/3$ excedem sua quinta parte de 42.

7) Número primo.

8) Número ímpar de dois algarismos, cujos valôres absolutos são números consecutivos, cuja soma é 17.

9) Valor de m, para que a equação em x $(m - 71)x = 71$ seja impossível.

10) Valor de m, para que as equações $4x = 2$ e $mx = 21$ sejam equivalentes.

Otto de Alencar

O retrato é do matemático brasileiro Otto de Alencar.

Se você tiver feito o exercício anterior, poderá completar o resumo biográfico apresentado a seguir.

Nasceu Otto de Alencar, no Estado do ____________, no dia ____________ de ____________ ____________ de ____________

Estudou preparatórios em Fortaleza, matriculando-se na "Escola Politécnica" do Rio, onde se formou aos 19 anos de idade.

Foi lente catedrático da Escola Politécnica, cuja congregação o dispensou do concurso, em vista do extraordinário valor que êle já testemunhara pelos muitos trabalhos publicados.

Ensinou, na "Escola Politécnica", Física, Astronomia, Topografia, Cálculo, Mecânica Racional, Mecânica Aplicada e Máquinas. "O seu ensino", disse Amoroso Costa, "era admirável, no fundo como na forma, e dêle data uma renovação dos nossos estudos matemáticos."

Foi nomeado, em 1908, pelo govêrno do Dr. Afonso Pena, para o cargo de Inspetor de Iluminação Pública do Rio de Janeiro, que exerceu até a sua morte.

Morreu com ____________ anos de idade, no dia ____________ de ____________ de ____________

PROBLEMAS DO 1.º GRAU

EXERCÍCIO LIX:

Problema das idades: A idade de um pai é o quádruplo da idade de seu filho. Dentro de 5 anos a idade do pai será o triplo da do filho. Calcular a idade atual de cada um.

x — idade atual do filho

Esquema:

	Presente	Futuro
pai	$4x$	$4x + 5$
filho	x	$x + 5$

Equação:

$$4x + 5 = 3(x + 5)$$

Resolvendo a equação, tem-se:

$$x = 10$$

Resposta: 10 anos e 40 anos.

Você pode resolver fàcilmente, no caderno de rascunho, os problemas seguintes, procedendo de modo análogo ao precedente.

a) A idade de um pai é o triplo da idade de seu filho. Dentro de 10 anos, a idade do pai será o dôbro da do filho. Qual a idade de cada um?

b) A idade de um pai é o quádruplo da de seu filho. Há 3 anos era o quíntuplo. Qual a idade do pai?

c) Há 5 anos a idade de um pai era o triplo da idade de seu filho. Daqui a 5 anos será o dôbro. Qual a idade atual do filho?

EXERCÍCIO LX:

Problema do número: Em um número de dois algarismos, o valor absoluto do algarismo das dezenas excede de 5 o do algarismo das unidades. Invertendo-se a ordem de seus algarismos, obtém-se um nôvo número que, somado ao primeiro, dá 121. Calcular o número.

Esquema:

algarismo das unidades	x
algarismo das dezenas	$x + 5$
o número	$10(x + 5) + x$
O número com os algarismos invertidos	$10x + x + 5$

Equação:

$$10(x + 5) + x + 10x + x + 5 = 121$$

Resolvendo a equação, tem-se

$$x = 3$$

Resposta: O número é 83.

EXERCÍCIO LXI:

Você poderá resolver, no caderno de rascunho, os problemas seguintes, empregando um esquema idêntico ao anterior:

a) Em um número de dois algarismos, o valor absoluto do algarismo das unidades excede de 2 o das dezenas. Se somarmos ao número o triplo do valor absoluto do algarismo das unidades, obteremos o número 36. Calcule o número.

b) Em um número de dois algarismos, o valor absoluto do algarismo das dezenas é igual ao dôbro do das unidades. Se subtrairmos 27 do número, obteremos outro número com os mesmos algarismos em ordem inversa. Calcular o número.

EXERCÍCIO LXII:

Problema dos trabalhadores:

Se você ler com cuidado a solução do problema seguinte (chamado problema dos trabalhadores), perceberá a analogia com o problema das torneiras:

A pode fazer uma obra em **a** dias e B pode fazer a mesma obra em **b** dias. Em quanto tempo os 2 juntos fariam a mesma obra?

Esquema:

	Tempo gasto para fazer a obra	Parte da obra feita em 1 dia
A	a	$1/a$
B	b	$1/b$
A e B	x	$1/x$

Equação do problema

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x}$$

Resolvendo a equação precedente, temos:

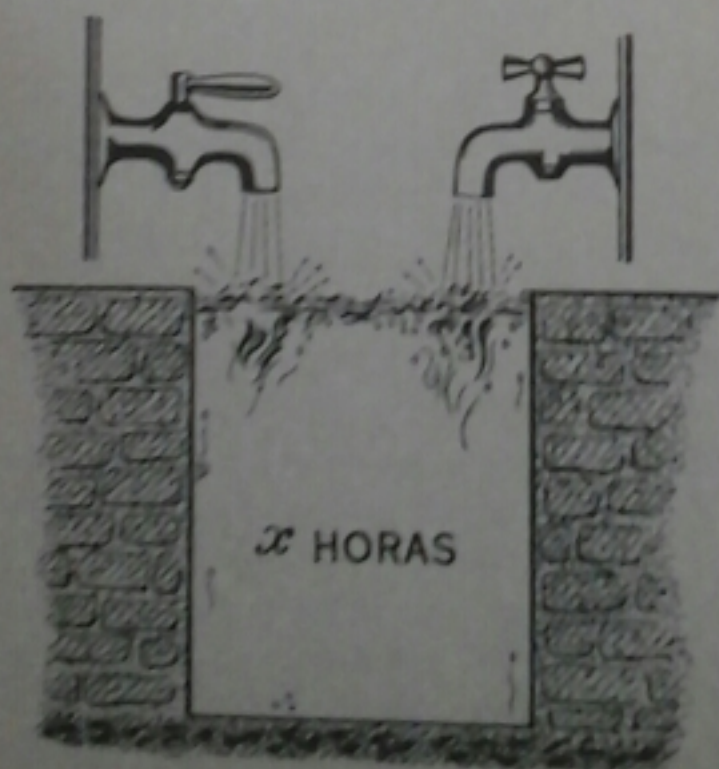
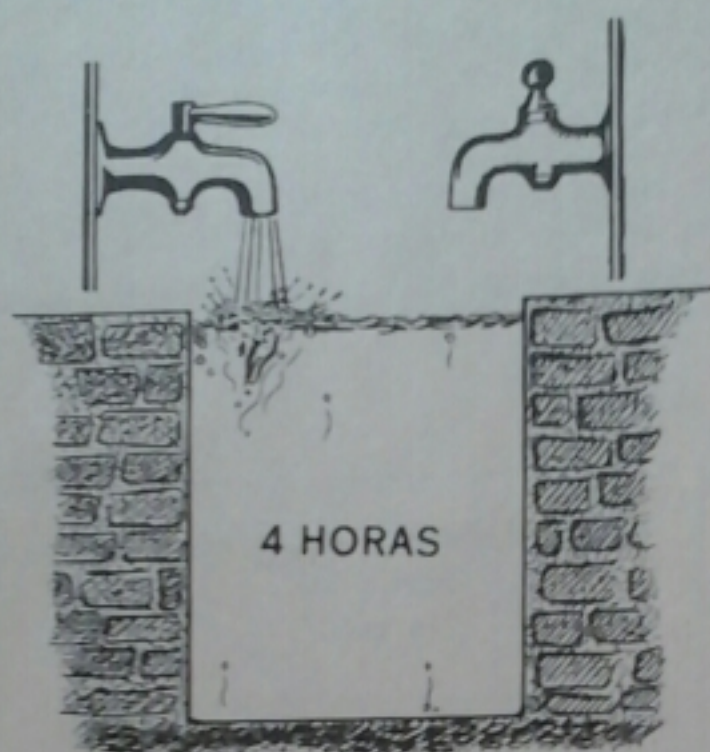
$$x = \frac{ab}{a+b}$$

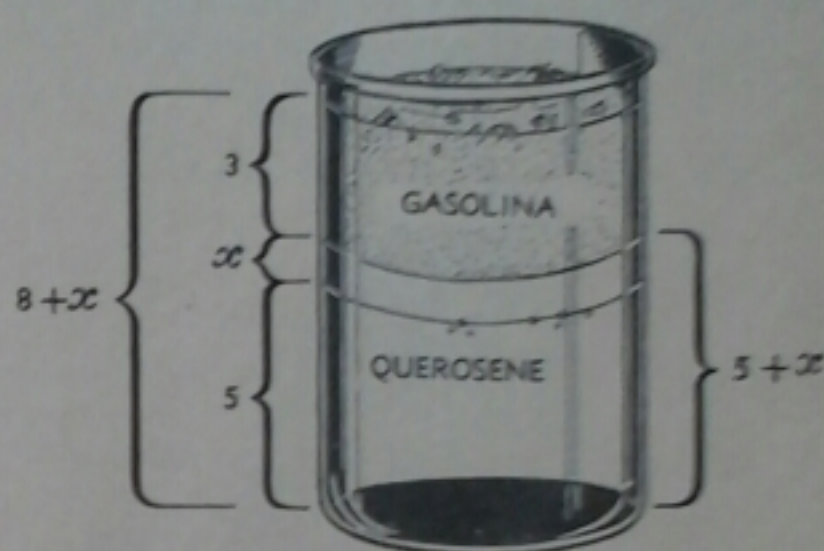
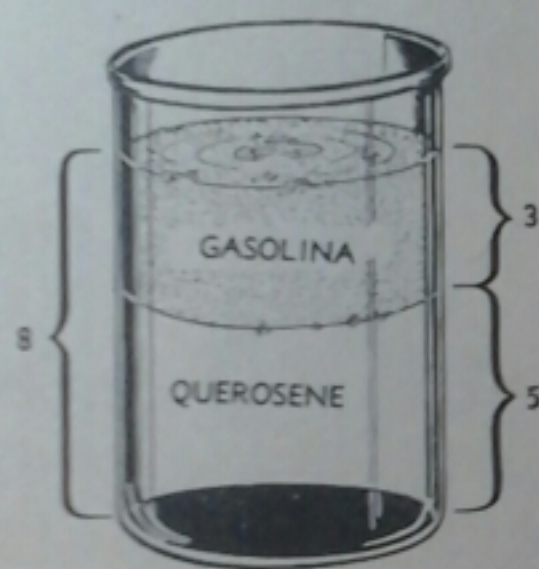
Empregando o esquema anterior, você resolverá fàcilmente, no caderno de rascunho, os seguintes problemas:

a) José pode fazer uma mesa em 6 dias e Paulo, em 8 dias. Juntos, em quanto tempo fariam a mesa?

b) Luís e Antônio fazem juntos uma obra em 6 dias. Se Luís faz a mesma obra em 15 dias, em quantos dias Antônio fará essa obra?

Uma torneira enche um tanque em 4 horas, e outra, em 6 horas. Em quanto tempo as duas juntas encherão o tanque?

R: . . . .

EXERCÍCIO LXIII:

Problemas de mistura

1) 3 litros de gasolina são misturados a 5 litros de querosene. Quantos litros de querosene devem ser adicionados à mistura para que 3/4 do resultado sejam de querosene?

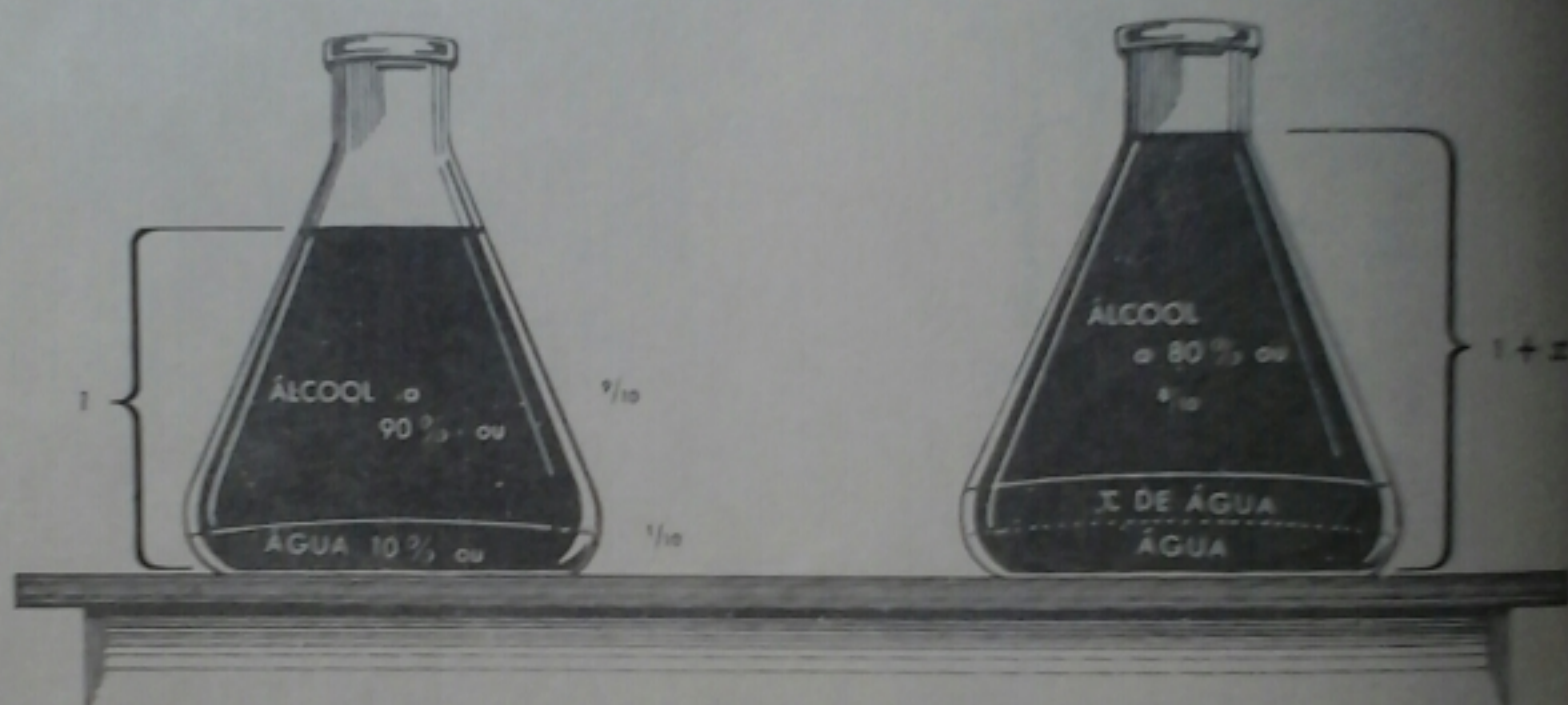
x — a quantidade de querosene a acrescentar.

Equação:

$$\frac{5 + x}{8 + x} = \frac{3}{4}$$

Resolvendo a equação, temos:

$$x = 4$$

R: 4 litros

2) Quanto de água devemos adicionar a um litro de 90% de álcool puro para reduzi-lo a 80% de álcool puro?
x — a quantidade de água procurada.

Raciocinando com álcool

Raciocinando com água (você poderá fazer um raciocínio análogo).

$$\frac{9/10}{1+x} = \frac{8}{10}$$

$$9 = 8 + 8x$$

$$8x = 1$$

$$x = \frac{1}{8}\ l \text{ ou } 12{,}5\%$$

3) Em um vaso há 12 litros de vinho e 18 litros de água. Em outro há 9 litros de vinho e 3 litros de água. Quantos litros devemos tirar de cada vaso para obtermos 14 litros, que tenham partes iguais de vinho e água?

Solução

fração de vinho (água), por litro, da mistura de cada vaso =

$$= \frac{\text{número de litros de vinho (água) da mistura}}{\text{número de litros da mistura}}$$

	Fração de vinho, por litro, em cada vaso	Fração de água, por litro, em cada vaso	Quantidade de mistura tirada de cada vaso	Quantidade de vinho tirada em cada vaso	Quantidade de água tirada em cada vaso
1.º vaso	$\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$	$\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$	x	$\frac{2x}{5}$	
2.º vaso	$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$	$14 - x$	$\frac{3(14 - x)}{4}$	
Vaso da mistura			14	7	

Equação

$$\frac{2x}{5} + \frac{3(14 - x)}{4} = 7$$

Resolvendo essa equação, temos:

$x = 10$

Devemos, portanto, tirar 10 litros do 1.º vaso e 4 litros do 2.º.

Agora, você deve preencher a coluna relativa à água, armar a equação correspondente e, resolvendo-a, encontrar a mesma raiz.

EXERCÍCIO LXIV:

Problema dos Móveis

1) De 2 cidades A e B, a distância d uma da outra, partem simultâneamente 2 móveis, que se deslocam num mesmo sentido. O que parte de A tem uma velocidade v, e o que sai de B tem uma velocidade v'. Calcular a que distância de A os móveis se encontrarão.

A Física ensina que a velocidade de um móvel animado de um movimento retilíneo uniforme é igual a:

$$\frac{\text{distância percorrida pelo móvel}}{\text{tempo gasto em percorrer essa distância}}$$

Chamando de

$v \rightarrow$ a velocidade
$e \rightarrow$ a distância (espaço)
$t \rightarrow$ o tempo

temos: $v = \frac{e}{t}$ → $e = vt$; → $t = \frac{e}{v}$

Gráfico:

x

$A \quad d \quad B \quad x\text{-}d \quad E$ (ponto de encontro)

Esquema:

	distância	velocidade	tempo
1.º *móvel*	x	v	$\frac{x}{v}$
2.º *móvel*	$x - d$	v'	$\frac{x-d}{v'}$

Como o tempo é o mesmo para os dois móveis, temos:

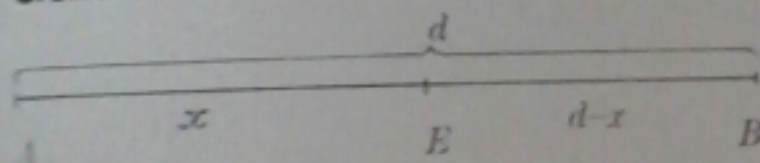
$$\frac{x}{v} = \frac{x - d}{v'}$$

Resolvendo essa equação, temos

$$\boxed{x = \frac{vd}{v - v'}}$$

2) De duas cidades A e B, à distância d uma da outra, partem, simultâneamente, dois móveis que se deslocam em sentido contrário. O que parte de A tem uma velocidade v, e o que sai de B tem uma velocidade v'.

Calcular a que distância de A se encontrarão os 2 móveis.

Gráfico:

Esquema:

	distância	velocidade	tempo
1.º móvel	x	v	$\frac{x}{v}$
2.º móvel	$d - x$	v'	$\frac{d - x}{v'}$

Como o tempo é o mesmo para os 2 móveis, temos:

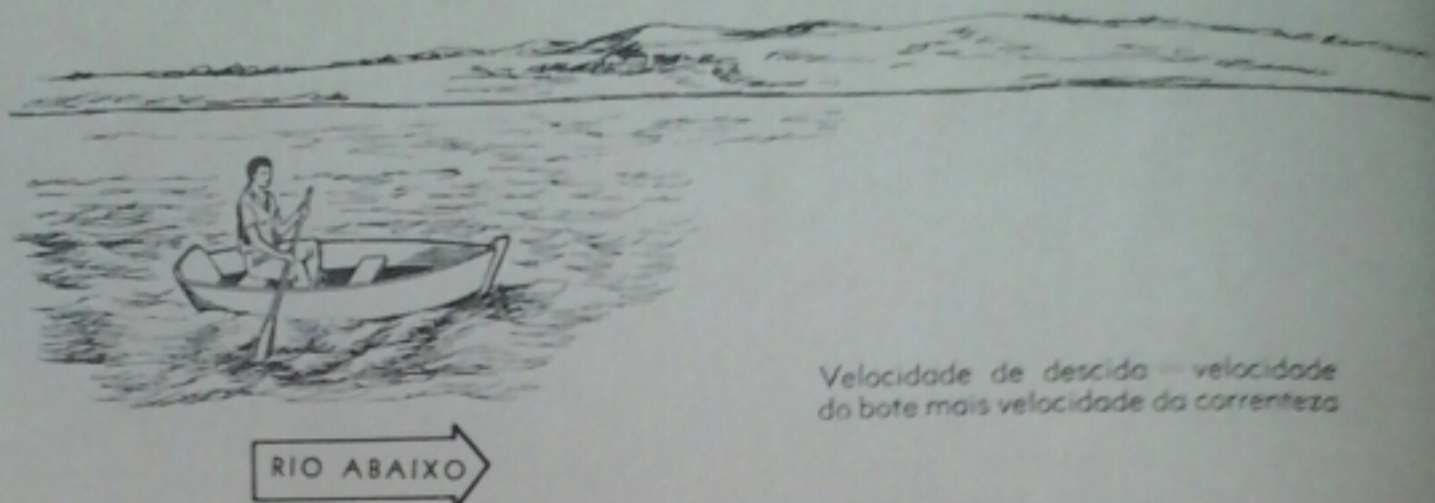
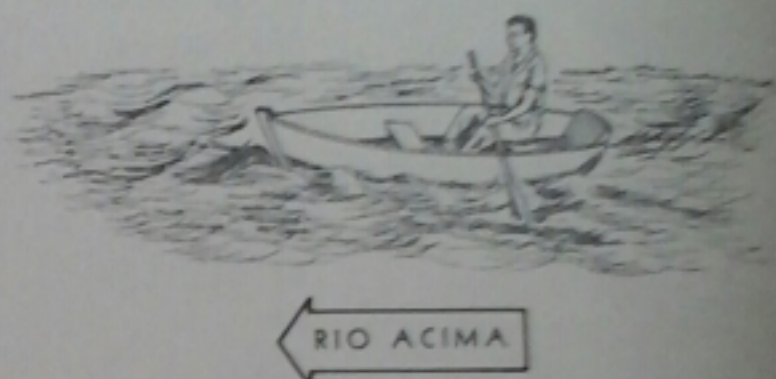
$$\frac{x}{v} = \frac{d - x}{v'}$$

Resolvendo essa equação, temos:

$$\boxed{x = \frac{vd}{v + v'}}$$

Empregando os esquemas precedentes, você poderá resolver, no caderno de rascunho, os seguintes problemas:

a) De duas cidades A e B, à distância de 200 km uma da outra, partem simultâneamente dois móveis, que se deslocam num mesmo sentido de A para B. O que parte de A tem uma velocidade de 80 km/h, e o que sai de B tem uma velocidade de 60 km/h. Calcular a que distância de A se encontrarão os 2 móveis.

b) De duas cidades A e B, distantes uma da outra 250 km, partem simultâneamente dois móveis, que se deslocam em sentido contrário. O que parte de A tem uma velocidade de 70 km/h e o que sai de B tem uma velocidade de 30 km/h. Calcular a que distância de A se encontrarão os 2 móveis.

Velocidade de descida = velocidade do bote mais velocidade da correnteza

Velocidade de subida = velocidade do bote menos velocidade da correnteza

EXERCÍCIO LXV:

Problema do bote. (Ainda é um problema de móvel.)

A velocidade da correnteza de um rio é de 2/km/h. O tempo que o bote gasta para percorrer 28/km a favor da correnteza (rio abaixo) é o mesmo que o bote leva para percorrer 20/km contra a correnteza (rio acima). Qual a velocidade do bote na água tranqüila?

Esquema:

	distância	velocidade	tempo
rio abaixo	28	$x + 2$	$\frac{28}{x+2}$
rio acima	20	$x - 2$	$\frac{28}{x-2}$

Equação:

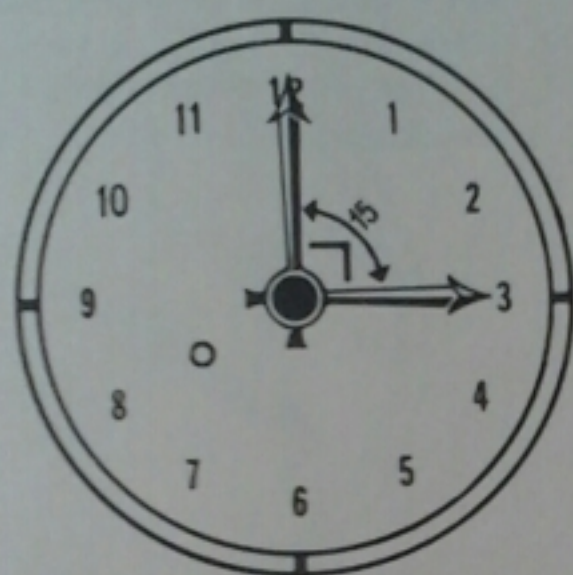
$$\frac{28}{x+2} = \frac{20}{x-2}$$

Resolvendo essa equação, encontramos

$$x = 12 \text{ km/h.}$$

Procure fazer os problemas seguintes, no caderno de rascunho, construindo gráficos e esquemas análogos aos precedentes.

a) Pedro pode remar 8/km em água tranqüila. Em um rio, o tempo que leva para remar 5/km rio acima é o mesmo que leva para remar 15/km rio abaixo. Qual a velocidade da correnteza do rio?

b) Um bote tem uma velocidade de 25 km/h e pode navegar certa distância rio abaixo em 2/3 do tempo que leva para navegar a mesma distância rio acima. Qual a velocidade da correnteza do rio?

EXERCÍCIO LXVI:

Problema do relógio (é ainda problema de móveis).

1) São 3 horas da tarde. A que horas, entre 3 e 4 horas, coincidirão os ponteiros de um relógio?

O mostrador de um relógio tem 60 divisões (minutos). Quando o ponteiro dos minutos dá uma volta, isto é, percorre 60 divisões, o das horas percorre 5 divisões. Logo, o ponteiro dos minutos tem uma velocidade 12 vêzes maior que o das horas. Então, nesses problemas, representa-se a velocidade do ponteiro das horas por 1 e o dos minutos por 12.

Esquema:

	distância	velocidade	tempo
ponteiro dos minutos	x	12	$\frac{x}{12}$
ponteiro das horas	$x - 15$	1	$\frac{x-15}{1}$

Equação:

$$\frac{x}{12} = \frac{x-15}{1}$$

$$x = 12x - 180$$

$$x = \frac{180}{11} \qquad x = 16\,\frac{4}{11}$$

Logo, os ponteiros encontram-se às:

$3h\ 16\,\frac{4}{11}$ min

11) São 4 horas da tarde. A que horas, entre 4 e 5 horas, os ponteiros de um relógio formam, pela 1.ª vez, um ângulo reto?

Esquema:

	distância	veloci-dade	tempo
ponteiro dos minutos	x	12	$\frac{x}{12}$
ponteiro das horas	$x + 15 - 20 = x - 5$	1	$\frac{x-5}{1}$

Equação:

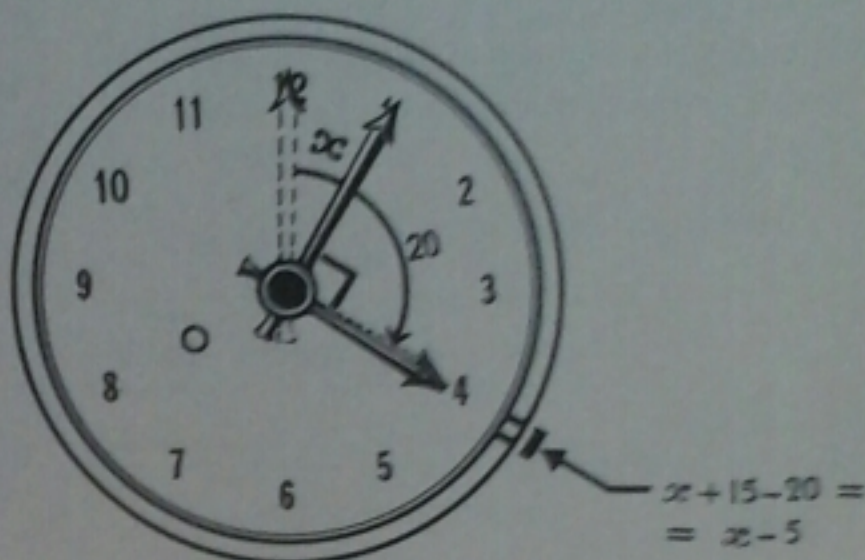
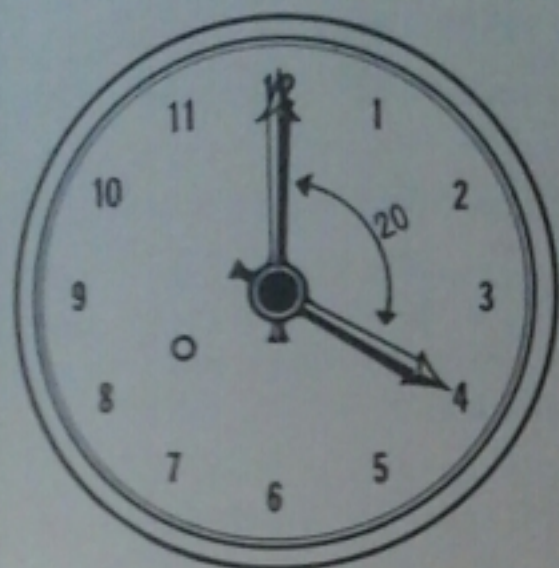
$$\frac{x}{12} = \frac{x-5}{1}$$

$$x = 12x - 60$$

$$-11x = -60$$

$$11x = -60$$

$$x = \frac{60 \text{ m}}{11}$$

Logo, a hora procurada é: 4h $5\,\frac{5}{11}$ min.

Você pode fazer os seguintes problemas, no caderno de rascunho, construindo gráficos e esquemas análogos aos precedentes.

a) A que horas, depois das 4 horas, se encontram, pela primeira vez, os ponteiros de um relógio?

b) A que horas, depois das 5 horas, os ponteiros de um relógio formam, pela primeira vez, um ângulo reto?

c) A que horas, entre 3 e 4 horas, os ponteiros de um relógio estão opostos?

EXERCÍCIO LXVII:

Curiosidade

(Problema apresentado para alunos de uma universidade americana.)

O guarda-freios, o maquinista e o foguista de um trem chamavam-se Davies, Smith e Jones, não respectivamente. No mesmo trem viajavam três passageiros com nomes idênticos: Mr. Jones, Mr. Smith e Mr. Davies.

Sabe-se que:

1) Mr. Davies mora em Detroit.
2) O guarda-freios mora no meio do caminho, entre Detroit e Chicago.
3) Mr. Jones ganha exatamente 2.000 dólares por mês.
4) Smith bate o foguista no bilhar.
5) O mais próximo vizinho do guarda-freios, um dos passageiros, ganha exatamente três vêzes mais que o guarda-freios.
6) O passageiro do mesmo nome que o guarda-freios mora em Chicago.

Pergunta-se:

1) Qual o nome do maquinista?
2) Por quê?

Resposta: o nome do maquinista é Smith

Detroit (Davies)	guarda-freios	Chicago

Solução:

Smith não é o foguista em conseqüência do item 4; logo, Smith será ou maquinista ou guarda-freios.

O vizinho mais próximo do guarda-freios não pode ser Mr. Jones por causa dos itens 3 e 5; portanto será Mr. Smith ou Mr. Davies.

Mas Mr. Davies mora em Detroit (item 1); logo, o vizinho mais próximo do guarda-freios é Mr. Smith; então Mr. Jones mora em Chicago.

Portanto, o guarda-freios é Jones pelo item 6.

Assim, o maquinista é Smith.

EXERCÍCIO LXVIII:

Problemas curiosos

Numa seção de um jornal carioca lemos os 2 seguintes problemas:

1) "Correu por tôda a praia um rumor que logo se propagou à estação balneária.

— Capturaram a serpente do mar!

— Está brincando, não passa de um grande peixe! Como é essa serpente do mar?

Uma hora depois, todo mundo pretendia ter visto a serpente, mas ninguém sabia descrever sua aparência ou tamanho.

— A cauda tem o comprimento da cabeça, mais a metade do tronco, diz uma pessoa bem informada.

— O tronco tem a metade do comprimento de todo o corpo, declara outro.

— A cabeça sòzinha tem exatamente três metros de comprimento, assegura o salva-vidas.

De acôrdo com êsses dados, que foram depois confirmados oficialmente, poderão calcular o comprimento da serpente do mar?"

2) "Numa família, cada filha môça tem o mesmo número de irmãos e irmãs, o que não é nenhum problema. E cada filho homem tem duas vêzes mais irmãs do que irmãos, o que já é um pouquinho mais complicado, mas também não é problema. O problema é: quantas filhas môças e filhos homens há nesta família?"

3) Veja se você resolve também êste outro problema interessante:
Um trem gasta 7 segundos para passar diante de um observador imóvel. O intervalo de tempo, para a máquina começar a entrar e o último vagão sair completamente de um túnel de 378 metros de comprimento é 25 segundos.

Calcule o comprimento do trem.

Você sabia que...

... a forma geral da equação do 1.º grau com 2 incógnitas é:

$ax + by = c$?

... a equação $ax + by = c$ é também chamada uma equação linear?

... o adjetivo linear é devido ao fato de o "ente geométrico" associado a essa equação ser uma reta?

... o grau de um sistema é o produto dos graus de suas equações?

... a forma geral de um sistema linear de 2 equações a 2 incógnitas é:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}?$$

... a solução, se existir, de um sistema linear de 2 equações a 2 incógnitas é o par de números que transforma cada equação numa identidade?

... dois sistemas são equivalentes quando admitem a mesma solução?

... um dos ramos mais fecundos da matemática moderna (Álgebra linear) tem sua origem no estudo dos sistemas lineares?

SISTEMAS DO 1.º GRAU

EXERCÍCIO LXIX:

Resolver, no caderno de rascunho, os seguintes sistemas:

1) $\begin{cases} x + y = 18 \\ x - y = -14 \end{cases}$

2) $\begin{cases} u = 2v + 1 \\ 2u + 3v = 9 \end{cases}$

3) $\begin{cases} R = 2I - 1 \\ R = \dfrac{I + 2}{3} \end{cases}$

4) $\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}3y = 0{,}8 \\ 0{,}4x - 0{,}1y = 0{,}2 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 0{,}2a - 2{,}4b = 0 \\ 0{,}3a - 2b = 1{,}6 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 15E + 2e = 5 \\ 5E - 3e = 0 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 3R - r = 3 \\ 5R + 2r = 16 \end{cases}$

8) $\begin{cases} R_1 + 4R_2 = 52 \\ 3R_1 - 2R_2 = 2 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 3e_1 + 8e_2 = 44 \\ 3e_2 - 8e_1 = -20 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 0 = E - 3e_1 \\ 0 = 7 - 5E + 8e_1 \end{cases}$

RADICAIS

Leia no seu livro-texto o assunto "Cálculo dos radicais" e procure resolver no caderno de rascunho os seguintes exercícios:

EXERCÍCIO LXX:

Simplifique os seguintes radicais:

a) $\sqrt[8]{2^6} =$	; $\sqrt[4]{3^2} =$	; $\sqrt[5]{3^{15}} =$
b) $\sqrt[3]{2^{3a}} =$	; $\sqrt[4]{3^{8a}} =$	; $\sqrt[6]{5^{12a}} =$
c) $\sqrt[4]{(a+b)^2} =$	; $\sqrt[6]{(a-b)^3} =$	; $\sqrt{(a^2-b^2)^4} =$
d) $\sqrt[4]{a^2+2ab+b^2} =$	; $\sqrt[6]{a^2+2a+1} =$	; $\sqrt[4]{\dfrac{x^2+2x+1}{x^2-2x+1}} =$
e) $\sqrt[8]{x^2+xy+\dfrac{y^2}{4}} =$	; $\sqrt{x^2+2+\dfrac{1}{x^2}} =$	
f) $\sqrt[m-n]{a^{m-n} \cdot b^{mp-np}} =$	; $\sqrt[m^2-n^2]{a^{m+n} \cdot b^{mp+np}} =$	

EXERCÍCIO LXXI:

1 — Complete:

a) $\sqrt{2} = \sqrt[6]{\quad}$; $\sqrt[3]{3^3} = \sqrt[9]{\quad}$; $\sqrt[3]{7} = \sqrt[12]{\quad}$

b) $\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt[8]{\quad}$; $\sqrt[3]{\frac{3}{5}} = \sqrt[6]{\quad}$; $\sqrt[4]{\frac{2}{3}} = \sqrt[8]{\quad}$

c) $\sqrt{3a} = \sqrt[4]{\quad}$; $\sqrt[3]{2a^4} = \sqrt[6]{\quad}$; $\sqrt[4]{3a^3} = \sqrt[16]{\quad}$; $(a+x)^2 = \sqrt[6]{\quad}$

2 — Externe —

a) $\sqrt{8} =$; $\sqrt{12} =$; $\sqrt{242} =$; $\sqrt[3]{1024} =$

b) $\sqrt{25a^2bc^5} =$; $\sqrt{84a^4b^2c^3} =$; $\sqrt[3]{16a^4b^5} =$

c) $\sqrt{\frac{27a^3x^5}{8b^4y^3}} =$; $\sqrt{\frac{18a^6b^3}{c^5}} =$; $\sqrt{\frac{50a^3}{(a+b)^3}} =$

d) $\sqrt{ax^2 + bx^2} =$; $\sqrt{a^3 + 2a^2b + ab^2} =$

e) $\sqrt{5a^2c + 10abc + 5b^2c} =$; $\sqrt{2x^2 + 2x + \frac{1}{2}} =$

f) $\sqrt{a^{2m}x + 2a^mxy^n + xy^{2n}} =$; $\sqrt{\frac{a^2x - 2ax^2 + x^3}{a^2 + 2ax + x^2}} =$

EXERCÍCIO LXXII:

Introduza no radical o menor fator de modo a tornar seu radicando inteiro.

a) $2\sqrt{\frac{1}{2}} =$	; $6\sqrt{\frac{3}{2}} =$	; $10\sqrt{\frac{1}{5}} =$ ....
b) $a^2\sqrt[3]{\frac{1}{a}} =$	; $9\sqrt[3]{\frac{1}{9}} =$	; $12\sqrt{\frac{5}{3}} =$ ....
c) $a^2b^2\sqrt{\frac{1}{ab}} =$	; $x^{m+1}\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}} =$	

EXERCÍCIO LXXIII:

Efetue, no seu caderno de rascunho:

1) $2\sqrt{150} - 4\sqrt{54} + 6\sqrt{24}$

2) $3\sqrt{98} - 2\sqrt{75} - 3\sqrt{32} + 4\sqrt{\frac{9}{2}}$

3) $2\sqrt{54} - 6\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{96}$

4) $2\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{12} + 4\sqrt{27}$

5) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{2} + 8\sqrt{\frac{1}{8}}$

6) $7\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{32} + 2\sqrt[3]{108}$

7) $3\sqrt{25a} - 2\sqrt{9a} + 7\sqrt{16a}$

8) $2\sqrt{a+b} + \sqrt{25a+25b} - 3\sqrt{4a+4b}$

9) $3\sqrt{4+4a^2} - \sqrt{9+9a^2} +$

$+ 5\sqrt{25+25a^2} - 3\sqrt{1+a^2}$

EXERCÍCIO LXXIV:

Efetue:

1) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

2) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$

3) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$

4) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}a}$

5) $\sqrt{7x} \cdot \sqrt{\frac{4}{7}x}$

6) $\sqrt{4x^2 - 4} \cdot \sqrt{\frac{3x - 3}{3x + 3}}$

7) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt[4]{3}$

8) $\sqrt[4]{b} \cdot \sqrt{ax}$

9) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{\frac{a}{x}}$

10) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{\frac{m}{x}}$

11) $\sqrt{\frac{a}{a-b}} \cdot \sqrt{\frac{a+b}{a}} \cdot \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$

12) $\sqrt[3]{\frac{a-b}{a+b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a-b}{a+b}} \cdot \sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$

EXERCÍCIO LXXV:

1) $\sqrt{32} : \sqrt{2}$

2) $\sqrt[3]{384} : \sqrt[3]{48}$

3) $\sqrt{\frac{7}{12}} : \sqrt{\frac{3}{7}}$

4) $8\sqrt{75a^7} : 4\sqrt{3a^3}$

5) $a^3\sqrt{a^2 - b^2} : a^2\sqrt{a + b}$

6) $\frac{1}{2}\sqrt[5]{a + b} : \frac{1}{6}\sqrt[10]{a^2 - b^2}$

7) $\frac{\sqrt{2}}{a-b} : \sqrt{\frac{3}{a^2 - b^2}}$ (sugestão) $\frac{\sqrt{2}}{a-b} =$

$= \frac{1}{a-b}\sqrt{2} = \sqrt{\frac{2}{(a-b)^2}}$

EXERCÍCIO LXXVI:

Efetue, dando o resultado sob a forma mais simples possível:

1) $\left(\sqrt[3]{8}\right)^3$

2) $\left(\sqrt[4]{9}\right)^2$

3) $\left(2\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3$

4) $\frac{25}{4}\left(\sqrt[3]{\frac{2}{5}}\right)^7$

5) $\left(-3\sqrt[3]{a}\right)^4$

6) $\left(\sqrt{2}+1\right)^2$

7) $\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

8) $\left(2a-3\sqrt{b}\right)^2$

9) $\left(\sqrt{3}-\frac{1}{2}\right)^2$

EXERCÍCIO LXXVII:

1) $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)$

2) $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$

3) $\left(-1+\sqrt{2}\right)\left(-1-\sqrt{2}\right)$

4) $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

5) $\left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

6) $\left(2\sqrt{3}+1\right)\left(2\sqrt{3}-1\right)$

7) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$

8) $\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

9) $\sqrt{2-\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}$

10) $\sqrt{2-\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}$

11) $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\cdot\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

EXERCÍCIO LXXVIII:

Efetue:

1) $\left(4\sqrt{7} - 8\sqrt{21} + 6\sqrt{42}\right) : 2\sqrt{7}$

2) $\left(4\sqrt{27} - \sqrt{48}\right) : 3\sqrt{3}$

3) $\left(\sqrt{a^3} - 2\sqrt{4a}\right) : \sqrt{a}$

EXERCÍCIO LXXIX:

Racionalize o denominador das frações:

a) $\frac{3}{2\sqrt{2}} =$	; $\frac{5}{3\sqrt[3]{4}} =$	; $\frac{2}{3\sqrt[3]{8}} =$
b) $\frac{1}{\sqrt{2} - 1} =$	; $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} =$	; $\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a}} =$
c) $\frac{7}{3 - \sqrt{8}} =$	; $\frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} =$	; $\frac{a + b}{ab\sqrt{a + b}} =$
d) $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} =$	; $\frac{a + b}{\sqrt{a + b}} =$	; $\frac{a - b}{2\sqrt{a - b}} =$
e) $\frac{10\sqrt{7}}{7\sqrt{2} - 2\sqrt{7}} =$	; $\frac{a^2 - b^2}{\sqrt{a + b}\ \sqrt{a - b}} =$	

EQUAÇÃO DO 2.° GRAU

EXERCÍCIO LXXX:

Estudo dirigido

Instruções:

1) Leia, inicialmente, com o máximo de atenção, o capítulo sôbre equação do 2.° grau de seu livro-texto. Responda, a seguir, às perguntas da primeira parte, na ordem apresentada, escrevendo as respostas nos espaços em branco, após cada questão.

2) Se tiver qualquer dúvida, leia novamente o capítulo indicado.

1.ª Parte

1) Que é uma equação?

2) Poderia você definir o que é uma equação do 2.° grau?

3) Qual é a forma geral de uma equação do 2.° grau?

4) Quando uma equação do 2.° grau é incompleta?

5) Que são raízes de uma equação?

6) Como são as raízes de uma equação do 2.° grau, da forma $ax^2 = 0$?

7) Que você pode dizer sôbre as raízes da equação da forma $ax^2 + bx = 0$?

8) Pode a equação da forma $ax^2 + c = 0$ não ter raízes reais?

9) Como são as raízes de $ax^2 + c = 0$, caso sejam reais?

2.ª Parte

a) Resolva os exercícios que vêm a seguir.

b) Faça os cálculos nas páginas de rascunho, e coloque apenas as respostas nos lugares indicados.

Resolver as seguintes equações do 2.º grau:

1) $5x^2 = 0$ ______

2) $2x^2 = 50$ ______

3) $\frac{x^2}{4} + \frac{3x}{2} = 0$ ______

4) $(2x + 3)(x - 2) = (x + 1)(x - 6)$

______

5) Se do quadrado de um número negativo subtrairmos 6, o resto será 30. Qual é êsse número? ______

______

6) Qual o número positivo, cuja diferença entre êle e o seu quadrado é igual à sua metade? ______

______

7) Seria você capaz de resolver a equação literal incompleta abaixo?

$$(x - t)^2 = t^2$$

______

Como? ______

EXERCÍCIO LXXXI:

Resolva as seguintes equações incompletas do segundo grau, de acôrdo com os modelos abaixo:

a) $x^2 - x = 0$

Fatorando, vem:

$$x(x - 1) = 0$$

$x = 0$ | $x - 1 = 0$

$\boxed{x' = 0}$ | $x = 1$

$\boxed{x'' = 1}$

b) $x^2 = 25$

Transpondo 25 para o 1.º membro, vem:

$$x^2 - 25 = 0$$

Fatorando, vem:

$$(x + 5)(x - 5) = 0$$

$x + 5 = 0$ | $x - 5 = 0$

$x = -5$ | $x = 5$

$\boxed{x' = -5}$ | $\boxed{x'' = 5}$

c) $2x^2 = x$

Transpondo x para o 1.º membro, temos:

$$2x^2 - x = 0$$

Fatorando, vem:

$$x(2x - 1) = 0$$

$x = 0$ | $2x - 1 = 0$

$\boxed{x' = 0}$ | $2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

e

$\boxed{x'' = \frac{1}{2}}$

d) $2x^2 - 7 = 0$

Dividindo os 2 membros da equação por 2, vem:

$$x^2 - \frac{7}{2} = 0$$

Fatorando, vem:

$$\left(x + \sqrt{\frac{7}{2}}\right)\left(x - \sqrt{\frac{7}{2}}\right) = 0$$

$x + \sqrt{\frac{7}{2}} = 0$ | $x - \sqrt{\frac{7}{2}} = 0$

$x = -\sqrt{\frac{7}{2}}$ e $x = \sqrt{\frac{7}{2}}$

$\boxed{x' = -\sqrt{\frac{7}{2}}}$ | $\boxed{x'' = \sqrt{\frac{7}{2}}}$

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2.º GRAU

1) $x^2 - 7x = 0$

2) $x^2 = 5x$

3) $7x^2 = -21x$

4) $7x^2 - x = 0$

5) $5(x - 3)(x + 1) + 15 = 0$

6) $(2x - 3)(3x - 2) = 6$

7) $2x^2 - (8 - x)x = 10x$

8) $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

9) $2x(x - 10) + 5(3x^2 - 4x) =$
$= 5x(3x - 4) - 2x(4x - 5)$

10) $\frac{7x(x - 1)}{2} - \frac{5x^2 + 7x}{3} = 3x^2 - 14x$

11) $3x^2 - 12 = 0$

12) $2x^2 = 242$

13) $x^2 - \frac{36}{25} = 0$

14) $x^2 - \frac{1}{16} = 0$

15) $x^2 - 25 = 0$

16) $(x - 15)(x + 15) = 400$

17) $(x + 5)(x - 3) = 2x + 1$

18) $x(x - 15) = 3(27 - 5x)$

EXERCÍCIO LXXXII:

Resolva, no caderno de rascunho, as seguintes equações completas:

1) $2x^2 + 4x - 6 = 0$

2) $6R^2 + R - 12 = 0$

3) $3I^2 = 7I - 2$

4) $r^2 + 2 = 4r$

5) $\frac{3}{i} + 5 = \frac{2}{i} - i$

6) $\frac{E^2 - 2}{E} = 1 - E$

7) $0 = 1 + 5R + 3R^2$

8) $5 + 22e = 15e^2$

9) $\iota^2 + \iota = 1$

10) $3V^2 = 7V - 2$

11) $\frac{5}{z^2} = 6 - \frac{1}{z}$

12) $55R - 75 = 75 + 3R^2$

13) $0 = 15 + I^2 + 10I$

14) $\frac{5}{e - 1} = \frac{2e}{e + 2}$

15) $h = v \cdot t + \frac{1}{2} gt^2$ (resolver em relação a t)

EXERCÍCIO LXXXIII:

Preencha as colunas dos exercícios abaixo, sem calcular as raízes:

Equação	Soma das raízes	Produto das raízes	Soma dos inversos das raízes	Soma dos quadrados das raízes
$3x^2 - 7x + 2 = 0$				
$5e^2 - 11e + 2 = 0$				
$f^2 + f + 1 = 0$				
$h^2 - h = 0$				
$i^2 - 1 = 0$				
$j^2 - tj - 2t^2 = 0$				
$3r^2 - r + 1 = 0$				
$s^2 - 2s + 1 = 0$				

EXERCÍCIO LXXXIV:

Preencha as colunas do quadro abaixo:

Raízes	Soma das raízes (S)	Produto das raízes (P)	$x^2 - Sx + P = 0$
2 e 3			
-5 e 2			
1 e 1/2			
-2 e $-3/4$			
-1 e 1			
0 e -4			
$\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$			
$\frac{\sqrt{2}}{2}$ e $-\frac{\sqrt{2}}{2}$			
$1+\sqrt{2}$ e $1-\sqrt{2}$			
$2+\sqrt{3}$ e $2-\sqrt{3}$			
$\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ e $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$			

EXERCÍCIO LXXXV:

Resolva, no caderno de rascunho, os seguintes exercícios:

1) Se a soma das raízes da equação

$$2x^2 - 3cx + 2x + c^2 = 0$$

é igual ao produto, quais são os valôres de c?

2) Se a soma das raízes de

$$2cx^2 - c^2x + x = -3$$

é igual a 5 vêzes o produto das raízes, quais são os valôres de c?

3) Para que valôres de p uma das raízes da equação

$$p(x^2 + 1) = 8x - 1$$

é o triplo da outra?

4) Na equação $5x^2 - kx + 6 = 0$, uma raiz é 2. Calcule k.

5) Na equação $3x^2 - mx - k = 0$, uma raiz é duas vêzes a outra. Calcule a relação que existe entre m e k.

6) Na equação $mx^2 - 8x + m + 1 = 0$, uma das raízes é três vêzes a outra raiz. Calcule m e resolva a equação.

DISCUSSÃO DA EQUAÇÃO DO 2.° GRAU

Estudo dirigido

EXERCÍCIO LXXXVI:

a) Preliminares

É bom você lembrar que:

1) $\sqrt{0} = 0$

2) Não existe raiz quadrada de número negativo.

3) Um número mais zero ou menos zero é igual ao próprio número.

b) Leia com atenção, no seu livro-texto, o capítulo referente à discussão da equação do 2.° grau, e complete ou responda às questões seguintes.

1) A forma geral da equação do 2.° grau com uma incógnita é ....

....

2) A fórmula geral de resolução desta última equação é ....

....

3) O discriminante dessa equação é: Δ =

....

4) O discriminante de $ax^2 + bx + c = 0$ aparece na sua fórmula de resolução?

5) Na fórmula geral, se o discriminante fôr negativo, aparecerá uma raiz quadrada de número negativo?

6) Existe essa raiz?

7) A inexistência das raízes reais depende do discriminante?

c) Escreva a fórmula geral de resolução da equação

$$ax^2 + bx + c = 0$$

e, a seguir, observando esta fórmula, veja se entende por que:

1) Quando $\Delta < 0$, a equação não tem raízes reais.

2) Quando $\Delta = 0$, a equação tem raízes reais e iguais.

3) Quando $\Delta > 0$, a equação tem raízes reais e desiguais.

Se não está entendendo, leia outra vez, com muita atenção, o item *a*.

Se não conseguir, ainda, entender, leia no livro-texto o capítulo aconselhado.

d) Confronte os itens 1, 2 e 3 de *c* com o quadro de **Resumo** do seu livro-texto. Veja se estão de acôrdo. Diga, resumidamente, qual dêsses dois achou melhor.

EXERCÍCIO LXXXVII:

Coloque a letra C em uma das três últimas colunas da direita, conforme fôr o caso:

Equação	Discriminante	Reais e iguais	Reais e desiguais	Sem raízes reais
$2x^2 - 3x + 1 = 0$				
$4y^2 - 12y + 9 = 0$				
$z^2 - z + 1 = 0$				
$2u^2 - 3u - 2 = 0$				
$t^2 - 4t + 1 = 0$				
$v^2 - 4v + 13 = 0$				
$s^2 - 4 = 0$				
$r^2 - 3r = 0$				
$4w^2 + 36 = 0$				
$e^2 - e = 0$				

EXERCÍCIO LXXXVIII:

Resolva os exercícios no caderno de rascunho:

1) Calcule a na equação $x^2 - 3x + a = 0$ de modo que as raízes sejam reais e iguais.

2) Calcule b na equação $4x^2 - (2b - 1)x + 2 = 0$ de modo que a diferença entre as raízes seja igual a zero.

3) Para que valôres de k a equação $y^2 - 15 = k(2y - 8)$ tem raízes reais e iguais?

4) Na equação $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 3 = c$

calcular c de modo que as raízes sejam iguais.

5) Para que valôres de m as raízes da equação:

$$5m\,x^2 - (7m + 5)x + 16 = 0$$

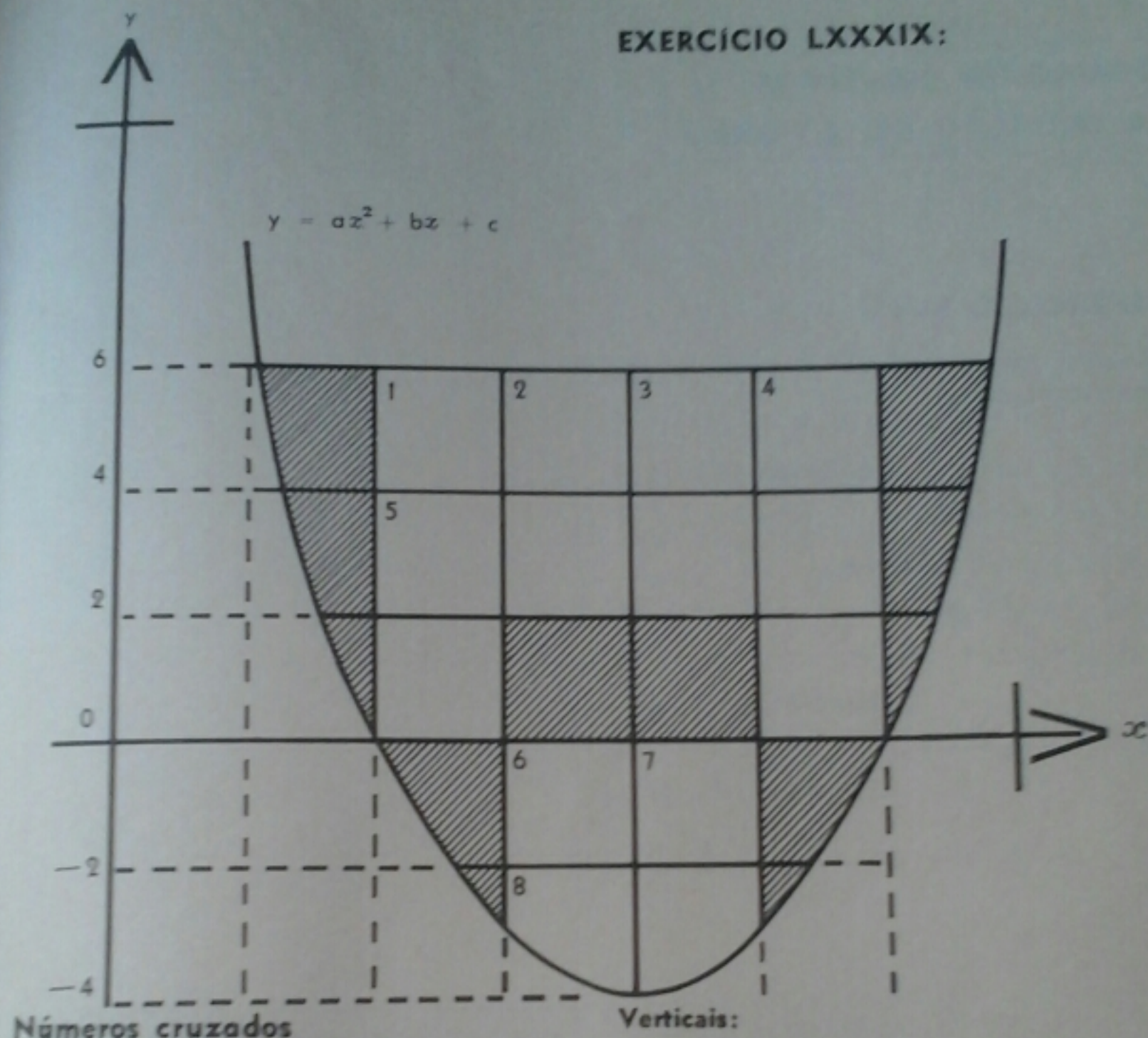
são reais e iguais?

6) Mostre que as raízes da equação

$$5x^2 - bx - 1 = 0$$

são reais para todo valor real de b.

EXERCÍCIO LXXXIX:

Números cruzados

Horizontais:

1) Ano em que o trabalho **Lilavati,** de Báscara, foi traduzido para o inglês, por Taylor e Colebrooks.

5) Ano do nascimento do matemático Báscara.

6) Produto das raízes de $x^2 - 7x + 12 = 0$.

8) Dez vêzes a maior raiz da equação $x^2 - 36 = 0$.

Verticais:

1) Soma dos quadrados das raízes de $x^2 - 15x + 54 = 0$.

2) Valor absoluto da menor raiz de $x^2 + 80x = 0$.

3) Soma das raízes de $2x^2 - 22x - 1 = 0$.

4) Valor do discriminante de $x^2 + 27x - 4 = 0$.

6) Maior número que, diminuído de sua raiz quadrada, dá para resultado 12.

7) Valor de m para o qual as raízes de $x^2 - (m - 20)x - 49 = 0$ são simétricas.

EQUAÇÕES REDUTÍVEIS A EQUAÇÃO DO 2.° GRAU

EXERCÍCIO XC:

Resolva, no caderno de rascunho, as seguintes equações:

1) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$ (Sugestão: $x^2 = y$)

2) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

3) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

4) $x^4 = x^2 + 90$

5) $x^{2/3} + 2x^{1/3} - 8 = 0$

(Sugestão: $x^{1/3} = y$)

6) $x^{-4} - 3x^{-2} - 4 = 0$

(Sugestão: $x^{-2} = y$)

EQUAÇÕES IRRACIONAIS

EXERCÍCIO XCI:

Resolva, no caderno de rascunho, as seguintes equações:

1) $\sqrt{x + 3} = 5$

2) $\sqrt{y - 4} = 3$

3) $5 + \sqrt{3a} = 4$

4) $\sqrt{2L - 5} = 9$

5) $5\sqrt{u - 3} = \sqrt{u + 9}$

6) $\sqrt{R^2 - 5} - R + 1 = 0$

7) $\sqrt{3E + 4} - E = 0$

8) $\sqrt{z^2 - 7} + z - 7 = 0$

9) $2u = 3 + \sqrt{u^2 + 6u - 6}$

10) $2\sqrt{x^2 - x + 6} = 7 - x$

11) $\sqrt{K + 20} - \sqrt{K - 1} = 3$

12) $\sqrt{10N - 1} - \sqrt{N} = 2$

13) $\sqrt{x} + \sqrt{32 + x} = 16$

14) $\sqrt{v + 4} + \sqrt{v} = 4$

15) $\sqrt{4y - 11} + 1 = 2\sqrt{y}$

16) $\sqrt{5p + 10} - \sqrt{5p} = 2$

17) $i + 3\sqrt{i} - 10 = 0$

18) $\sqrt{2z - 3} - \sqrt{2z} = 1$

19) $\sqrt{x - \sqrt{x + 2}} = 2$

20) $\sqrt{\sqrt{y + 3} + 2y + 5} - 3 = 0$

Você sabia que...

... uma equação do 2.º grau com duas incógnitas tem, em geral, por representação gráfica uma curva denominada do 2.º grau?

... uma equação do 2.º grau com duas incógnitas, redutível a um produto de dois fatôres do 1.º grau nessas incógnitas, representa duas retas?

... a representação gráfica da equação $x^2 + y^2 - 25 = 0$ é um círculo e a representação gráfica da equação $x + y - 7 = 0$, uma reta?

... resolver o sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 25 = 0 \\ x + y - 7 = 0 \end{cases}$$

é achar as interseções da reta com o círculo?

SISTEMAS DO 2.° GRAU

EXERCÍCIO XCII:

Resolva, no caderno de rascunho:

1) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x^2 + xy - y^2 = 11 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x^2 - 2y^2 = -5 \\ 7x - 4y = 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x^2 - y^2 - x - y = 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + x - 3y = 6 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$

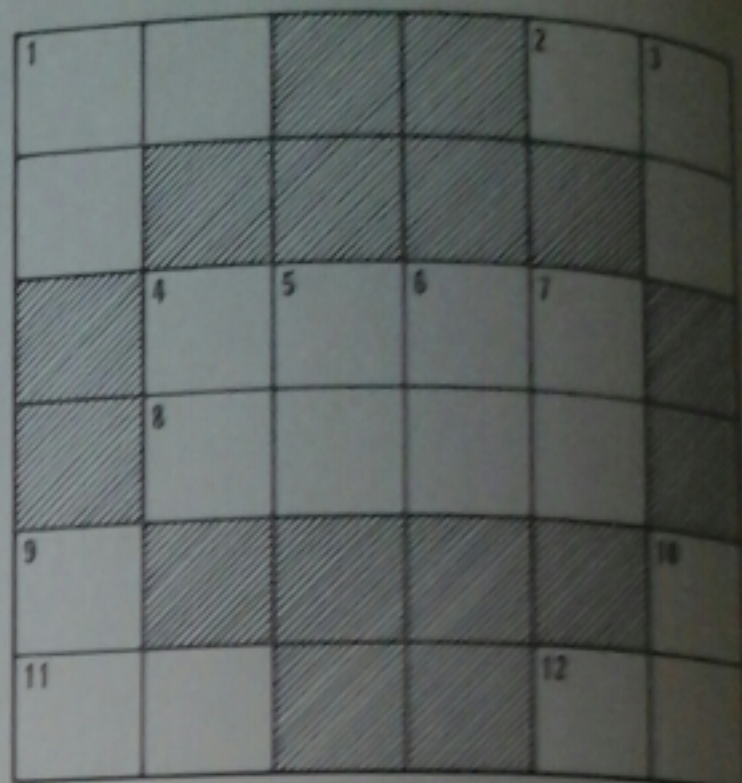
5) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + xy = 31 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x - y = 1 \end{cases}$

7) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x - y = 4 \end{cases}$

8) $\begin{cases} (x + 7)\ (y + 6) = 80 \\ x + y = 5 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x^2y + xy^2 = 6 \\ xy = 2 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x^2y - xy^2 = 6 \\ x - y = 1 \end{cases}$

REVISÃO

EXERCÍCIO XCIII:

Números cruzados - Souzinho

Horizontais:

1) Menor de dois números consecutivos cujo diferença dos quadrados é 31. (Dia do mês de fevereiro em que nasceu o grande matemático brasileiro Joaquim Gomes de Souza — O Souzinha.)

2) Maior raiz de $x^2 - 144 = 0$.

4) Ano do nascimento do matemático maranhense Souzinha.

8) Ano em que Joaquim Gomes de Souza faleceu em Londres.

11) Número cujos algarismos são os valôres de x e y no sistema $x + y = 6$ e $x - y = -2$.

12) Quádruplo da diferença entre 8 e -1

Verticais:

1) Valor de m para que o monômio $x^{m-16}y^2$ seja do 4.º grau. (Idade com que Souzinha requereu exame, de uma só vez, de tôdas as matérias do Curso de Engenharia, conseguindo aprovação brilhante.)

3) Valor de m para que a diferença das raízes de $x^2 - 10x + m = 0$ seja igual a 2.

4) Valor de m para que a expressão $(m - 11)x^3 + 2x^2 - x - 5$ seja do 2.º grau.

5) Resultado de $(-2)^3 \times (-11)$.

6) Número cujos algarismos são as raízes de $(x-2)(x-6) = 0$.

7) Resultado de $3x - 3\left[-25 - (6 - x)\right]$.

9) Número cuja soma dos valôres absolutos dos algarismos é 7 e que, somado a 9, dá outro número que tem os mesmos algarismos. (Número de anos que viveu Souzinha.)

10) Valor de m na equação
$(m - 6)x^2 - (m + 1)x + 6 = 0$
para que suas raízes sejam inversas.

SOUZINHA

Joaquim Gomes de Souza "representa, nos anais da inteligência brasileira, o caso mais típico, mais pitoresco, mais interessante, de precocidade, na raça." Nasceu em uma propriedade de seu pai, à margem do Itapicuru, no Maranhão, no dia 15 de fevereiro de 1829.

Assentou praça de cadetes, na Escola Militar, com catorze anos. Matriculou-se na Faculdade de Medicina com quinze anos. Requereu exame para tôdas as matérias do curso de engenharia com 18 anos, recebendo a 10 de junho de 1848 o grau de bacharel em ciências matemáticas e físicas. Três meses depois, obteve o título de doutor de borla e capelo, com a defesa de tese. Aos dezenove anos inscreveu-se no concurso para catedrático da Academia Militar, que é hoje a Escola Nacional de Engenharia, vencendo fortes concorrentes encanecidos no estudo da disciplina.

Apresentou aos 26 anos de idade, no Instituto de França, uma série de trabalhos, entre os quais uma "Dissertação sôbre o modo de indagar novos astros sem auxílio das observações diretas" e "Métodos gerais da integração da equação diferencial do problema do som". Na mesma época, apareceu na Academia Real das Ciências de Londres, onde revolucionou os meios científicos com as suas memórias sôbre a propagação dos movimentos nos meios elásticos, sôbre a fisiologia geral das ciências matemáticas e uniformização dos métodos analíticos, além de outras, abrangendo Astronomia, Botânica, História e Filosofia.

Em 1855, êle apresentou aos editôres, em Leipzig, uma obra imprevista, Antologia Universal, em francês, na qual figuravam, nos próprios idiomas, catorze literaturas. Faleceu na cidade de Londres, no dia 1.º de junho de 1863, com 34 anos de idade.

Em 1882, foi editado em Leipzig um livro com o título **Melanges de Calcul Integrel**, onde estavam reunidos alguns dos trabalhos dêsse homem formidável, que foi matemático, médico, astrônomo, geólogo, financista, engenheiro, historiador, deputado, jurista, crítico literário, um completo erudito, em suma.

Dêle disse Euclides da Cunha: "Um gigante intelectual, a mais completa cerebração do século."

Você sabia que . . .

. . . os primeiros traços sôbre números relativos apareceram com Diofanto de Alexandria?

. . . os matemáticos hindus e árabes estudaram os números relativos e estabeleceram para êles regras operatórias?

. . . deve-se a Descartes e a Newton a aceitação definitiva dos números relativos como entidades matemáticas?

CONJUNTOS

Você sabia que . . .

. . . a palavra **conjunto** é sinônimo de coleção?

. . . na *Matemática*, a palavra conjunto tem quase o mesmo significado que o da linguagem comum?

. . . conjunto em inglês chama-se **set**, em francês **ensemble**, em alemão **menge** e em russo **mnojestvo**?

. . . são exemplos de conjuntos: um cacho de bananas, um time de futebol, um rebanho, uma classe de alunos etc? . . .

. . . os objetos que formam um conjunto são denominados elementos, membros ou pontos do conjunto?

. . . um conjunto é representado, em geral, por uma letra maiúscula?

. . . um elemento do conjunto é representado, em geral, por uma letra minúscula?

. . . se indica que o objeto x é elemento do conjunto A, assim: $x \in A$ e se lê: x pertence a A?

. . . se indica que o elemento x não é elemento do conjunto A, assim: $x \notin A$ e se lê: x não pertence a A?

. . . em Matemática existem conjuntos com um único elemento?

. . . o conjunto cujo único elemento é x representa-se por $\{ x \}$ e denomina-se conjunto unitário?

. . . em Matemática existe um único conjunto sem elementos chamado conjunto vazio e representado por ϕ ou $\{ \}$?

. . . um conjunto se diz bem definido ou determinado quando todos nós podemos assegurar se, para cada objeto x, x pertence ou não ao conjunto?

. . . uma maneira de se determinar um conjunto consiste em escrevermos os nomes de todos ou alguns de seus elementos, separados por vírgulas e encerrarmos êsses nomes entre chaves?

. . . o conjunto cujos elementos são a, b, c, é representado por:
$\{ a, b, c \}$?

. . . o conjunto formado pelos 100 primeiros números naturais de contagem pode ser representado assim:
$\{ 1, 2, 3, \ldots, 100 \}$?

... o conjunto dos números naturais de contagem é denotado por N e N = $\{1, 2, 3, \ldots\}$?

... o conjunto dos números inteiros é denotado por Z e Z = $\{\ldots -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4 \ldots\}$?

... o conjunto dos números inteiros positivos é denotado por Z^+ e $Z^+ = \{+1, +2, +3, \ldots\}$?

... o conjunto dos números inteiros negativos é denotado por Z^- e $Z^- = \{-1, -2, -3, \ldots\}$?

... é usual identificarmos Z^+ com N?

... o conjunto dos números fracionários é denotado por Q?

... o conjunto dos números fracionários positivos é denotado por Q^+?

... o conjunto dos números fracionários negativos é denotado por Q^-?

... o conjunto dos números reais é denotado por R?

... o conjunto dos números reais positivos é denotado por R^+?

... o conjunto dos números reais negativos é denotado por R^-?

... uma outra maneira de se determinar um conjunto consiste em se dar uma ou mais propriedades características de seus elementos?

... em geral, uma das propriedades características dos elementos de um conjunto é a de pertinência a outro conjunto?

... se P é o conjunto dos números pares, então $P = \{x \mid x \in N$ e x é divisível por $2\}$ e se lê: P é igual ao conjunto de todos os x, tais que, x pertence a N e é divisível por 2?

... um conjunto A é chamado subconjunto de um conjunto B quando, e sòmente quando, cada elemento de A fôr também elemento de B?

... se indica que A é subconjunto de B assim: $A \subseteq B$?

... se P é o conjunto dos números pares e $A = \{2, 4, 6\}$, então $A \subseteq P$?

... $A \subseteq B$ se lê: A é subconjunto de B ou A está contido em B ou ainda A é parte de B?

... todo conjunto é subconjunto de si mesmo?

... ϕ é subconjunto de qualquer conjunto?

... se indica que A não é subconjunto de B assim: $A \not\subseteq B$?

... $A \not\subseteq B$ significa que A possui, pelo menos, um elemento que não pertence a B?

... se $A \not\subseteq B$ não significa que $B \subseteq A$?

... $A \subset B$ significa que $A \subseteq B$ mas $A \neq B$?

... $A \subset B$ se lê: A é subconjunto próprio de B, A está estritamente contido em B ou A é parte própria de B?

... $Z^+ \subset Z, Z^- \subset Z, Q^+ \subset Q, Q^- \subset Q$ .... etc?

... $A \subseteq A$ é verdadeiro, porém $A \subset A$ é falso?

... dois conjuntos A e B são iguais quando, e sòmente quando, cada elemento de A fôr também elemento de B e cada elemento de B fôr também elemento de A?

... se A e B são conjuntos, então $A = B$ é a mesma coisa que $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$?

... quando determinamos um conjunto escrevendo o nome de seus elementos, não devemos repetir êsses nomes? Assim:
$\{a, a, b, b, b, c, c,\} = \{a, b, c\}$

... cada elemento de um conjunto pode ser também um conjunto?

... $\{1\}, \{2\}$ e $\{3\}$ são elementos do $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$?

... $\{1\} \in \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$ mas $1 \notin \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$?

... $\{1\} \notin \{1, 2, 3\}$ mas $\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$ e alem disso $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$?

... tôda a Matemática que você estudou, está estudando e irá estudar, pode ser construída tendo por base a noção de conjunto ?

Exemplos :

... Se $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ então:

1) $1 \in A$
2) $7 \notin A$
3) $\{1\} \subseteq A$
4) $\{2\} \in A$
5) $\{1\} \subset A$
6) $\{4\} \subseteq A$
7) $\{1, 2, 3, 3, 3, 4, 5\} = A$

EXERCÍCIO XCIV

1) Se $A = \{$ das letras do alfabeto $\}$ e $V = \{$ das letras que representam as vogais$\}$, preencha as reticências com um dos sinais $\in$ ou $\notin$, conforme o caso.

a) h ..... A
b) h V
c) i ..... $\{$ l,m $\}$
d) r ..... A
e) s V
f) i V
g) u ..... $\{$ u, v $\}$
h) j ..... $\{$ m, n $\}$
i) e ..... $\{$ a, b, c $\}$
j) $\{a\}$ ... V

2) Seja $A = \{a, b, c\}$ $B = \{b, c, a\}$ $C = \{a, b\}$ $D = \{a\}$

Preencha as reticências com $\in$ ou $\subseteq$ conforme o caso.

a) a .... A
b) D .... A
c) b .... B
d) a C
e) D .... D
f) ϕ .... A
g) D .... B

3) Coloque, à direita de cada uma das sentenças abaixo, uma das letras V ou F, conforme seja verdadeira ou falsa a sentença.

a) $1 \in \{1, 2\}$
b) $\{1\} \in \{1, 2\}$
c) $1 \subseteq \{1, 2\}$
d) $\{2\} \subseteq \{1, 2\}$
e) $\{1, 2\} \in \{1, 2, 1, 1, 2, 1\}$
f) $\{1, 2, 2\} \subseteq \{1, 2\}$
g) $\{a, b\} = \{a, a, b, b, b\}$
h) $a \in \{a, \{a\}\}$
i) $\{a\} \subseteq \{\{a\}\}$
j) $\{a\} \in \{\{a\}\}$
l) $\{a\} \subseteq \{\{a\}, \{b\}\}$
m) $\{x \mid x \in N$ e $x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$
n) $\{x \mid x \in N$ e $2x = 3\} = \phi$

Resp.: São V: a, d, f, g, h, j, m, n.

4) Seja $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{3, 1, 2\}$ $C = \{2, 3\}$ $D = \{1, 2\}$ $E = \{1\}$ e $G = \{2, 1\}$. Preencha as reticências com um dos sinais $=$ ou $\neq$, conforme o caso.

a) C .... D
b) D .... G
c) B .... D
d) A .... B
e) A .... E

5) Responda com "sim" ou "não":

a) cada conjunto é subconjunto de si mesmo?

b) ϕ é subconjunto de qualquer conjunto?

c) se $A \subseteq B$ e $x \in B$, tem-se sempre que $x \in A$?

d) se $A \subseteq B$ e $x \in A$, tem-se sempre que $x \in B$?

e) se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$, tem-se sempre $A \subseteq C$?

f) se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$, tem-se sempre $A = B$?

g) $A = B$ e $B = C$, então $A = C$?

h) $A = B$ e $B \subseteq C$, então $A \subseteq C$?

i) o conjunto dos três melhores cantores brasileiros é bem definido?

6) Determine cada um dos conjuntos seguintes, escrevendo, quando possível, o nome de todos os seus elementos:

a) { das letras que representam as vogais}

b) { das letras da palavra "Guanabara" }

c) { dos algarismos indo-arábicos }

d) { dos números pares entre 10 e 20 }

e) { dos números ímpares entre 1 e 13 }

f) $\{ x \mid x$ é um dia da semana $\}$

g) $\{ x \mid x$ é um estado brasileiro, cujo nome começa pela letra P $\}$

h) $\{ x \mid x \in Z^+ \}$

i) $\{ x \mid x \in Z^- \}$

j) $\{ x \mid x \in N$ e x é múltiplo de 3 $\}$

l) $\{ x \mid x$ é um número e $3x - 1 = 8 \}$

m) $\{ x \mid x$ é um número e $x^2 < 0 \}$

n) $\{ x \mid x \in Z$ e $-2 < x < 8 \}$

p) $\{ x \mid x \in N$ e x é um número de 3 algarismos divisível por 13 e menor que 60 $\}$

q) $\{ x \mid x \in N$ e $x + 1 = x \}$

r) $\{ x \mid x \in Q$ e $x + 3x + 8 = 4x + 8 \}$

s) $\{ x \mid x \in N$ e $x^2 < 17 \}$

7) Determine quais das duas relações $A = B$ ou $A \neq B$ valem para os seguintes conjuntos:

a) $A = \{ x \mid x \in N$ e $x < 5 \}$ e
$B = \{ x \mid x \in N$ e $(x + 1)^2 < 28 \}$

Sugestão: determine A e B

b) $A = \{ x \mid x \in N$ e $x < 6 \}$ e
$B = \{ x \mid x \in N$ e $(x + 1)^2 < 40 \}$

c) $A = \{ x \mid x \in N$ e x é ímpar $\}$ e
$B = \{ x \mid x \in N$ e x^2 é ímpar $\}$

d) $A = \{ x \mid x \in N$ e $8 < x^2 < 20 \}$ e
$B = \{ x \mid x \in N$ e $x^2 - 7x + 12 = 0 \}$

Você sabia que . . .

. . . com os elementos de dois conjuntos A e B, podemos formar um conjunto, denotado por $A \cup B$, chamado **união** de A com B?

. . . a união de dois conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos que pertençam ou a A ou a B ou a **ambos** A e B?

. . . se $A = \{ 1, 2 \}$ e $B = \{ 3, 4 \}$, então $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

. . . se $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ e $B = \{ 4, 5, 6, 7, 8 \}$, então $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$

. . . a união dos conjuntos A e B pode ser definida assim:
$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ ou } x \in B \}$?

. . . $A \subseteq A \cup B$ e $B \subseteq A \cup B$?

. . . $A \cup B = B \cup A$, isto é, a união é comutativa?

. . . $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, isto é, a união é associativa?

. . . se $A \subseteq B$ então $A \cup B = B$?

. . . $A = \{ a, b \}$ e $B = \{ a, b, c, d \}$, então $A \cup B = \{ a, b, c, d \} = B$?

. . . com elementos comuns a dois conjuntos A e B podemos formar um conjunto, denotado por $A \cap B$, chamado **interseção** de A com B?

. . . a interseção de dois conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos que podemos formar com os elementos que pertencem simultâneamente a A e B?

. . . se $A = \{ a, b, c, d \}$ e $B = \{ c, d, e, f, g \}$ então $A \cap B = \{ c, d \}$?

. . . a interseção dos conjuntos A e B pode ser definida assim?
$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ e } x \in B \}$?

. . . $A \cap B \subseteq A$ e $A \cap B \subseteq B$?

. . . $A \cap B = B \cap A$, isto é, a interseção é comutativa?

. . . $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$, isto é, a interseção é associativa?

. . . se $A \subseteq B$ então $A \cap B = A$?

. . . se $A = \{ 1, 2, 3 \}$ e $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$, então $A \cap B = \{ 1, 2, 3 \} = A$?

. . . se $A \cap B = \phi$ então A e B são denominados **conjuntos disjuntos**?

EXERCÍCIO XCV

Se $A = \{ a, b, c, d, e, f, g, h \}$, $B = \{ a, b, c, d \}$, $D = \{ e, f, g, h \}$, $E = \{ a, c, e, g \}$, $G = \{ b, d, f, h \}$

Complete:

a) $A \cup B =$ . . . .
b) $B \cap D =$ . . . .
c) $D \cap E =$ . . . .
d) $B \cap E =$ . . . .
e) $G \cap B =$ . . . .
f) $A \cap E =$ . . . .
g) $A \cap G =$ . . . .
h) $E \cup G =$ . . . .
i) $E \cap G =$ . . . .
j) $C \cap E =$ . . . .
l) $B \cup G =$ . . . .

Você sabia que . . .

. . . dados dois conjuntos A e B, podemos formar, com os elementos de A que não pertencem a B, um conjunto, denotado por $A - B$, chamado **diferença** de A e B?

. . . se $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, então $A - B = \{1, 2, 3\}$ e $B - A = \{8, 9, 10\}$?

. . . dizer que $x \in A - B$ é o mesmo que dizer que $x \in A$ e $x \notin B$?

. . . a diferença entre os conjuntos A e B é definido assim?

$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$?

. . . se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, então $A - B = \phi$?

. . . se $A \subseteq B$ então $A - B = \phi$?

. . . se $A \cap B = \phi$ então $A - B = A$?

. . . se $B \subset A$ então $A - B$ é representado por $\complement_A B$ e se chama **complemento** de B relativo a A?

. . . é útil supor que os elementos e conjuntos com os quais estamos tratando, numa certa ocasião das nossas considerações, são elementos e subconjuntos de um mesmo conjunto chamado **conjunto universo** e representado em geral pela letra U?

. . . se U é o conjunto universo e $A \subseteq U$ então $\complement_U A$ é representado simplesmente por A'?

. . . $U' = \phi$ e $\phi' = U$

. . . é útil também representar o conjunto universo por pontos de uma região do plano em forma retangular e os elementos de um subconjunto do universo por regiões dêsse retângulo limitado por curvas simples e fechadas?

. . . que os diagramas indicados no item anterior chamam-se Diagramas de Venn?

. . . que $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ e A' podem ser representados como mostra a parte hachurada das figuras na página seguinte?

$A \cup B$

U

A B

$A \cap B$

U

A B

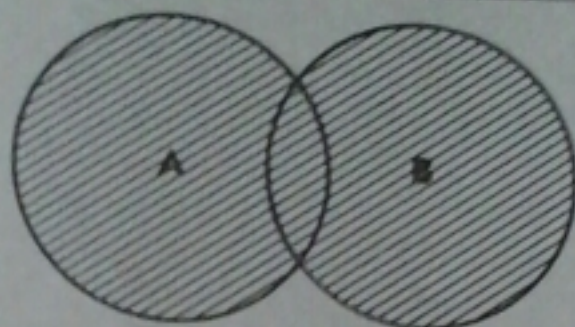
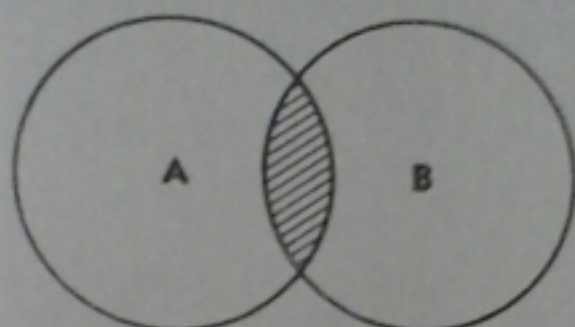
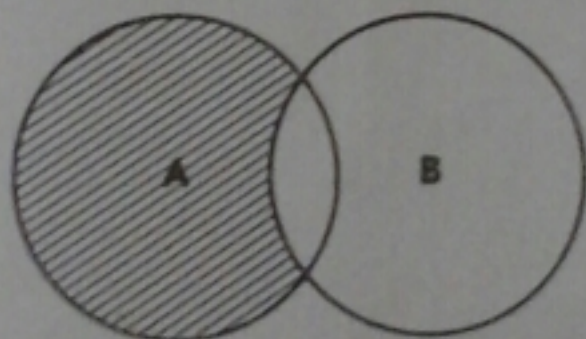
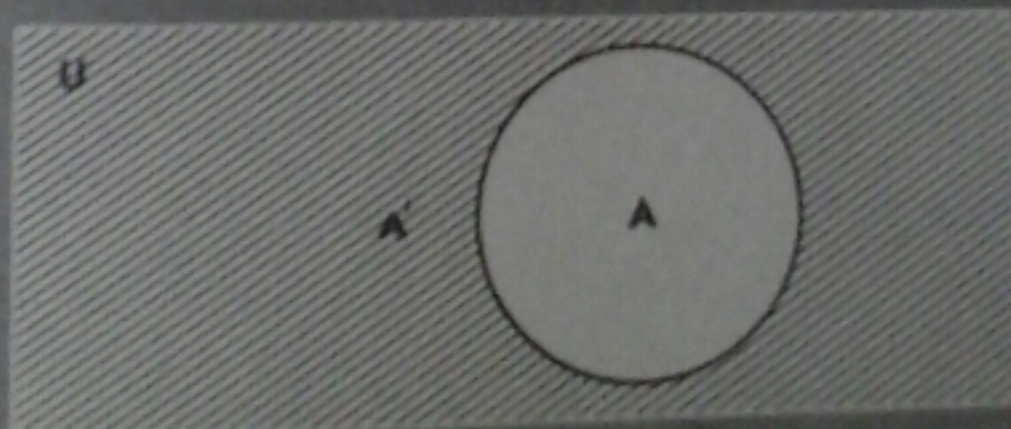
$A - B$

U

A B

A'

U

A' A

EXERCICIO XCVI

1) Se $U = \{ j, l, m, n, p \}$ $A = \{ j, l \}$
$B = \{ l, m \}$ e $D = \{ p \}$, complete:

a) $A' =$ . . . . . .
b) $B' =$ . . . . . .
c) $D' =$ . . . . . .
d) $A' \cap C =$ . . . . .
e) $A' \cap B =$ . . . . .
f) $B' \cap C =$ . . . . .
g) $D' \cup C =$ . . . . .
h) $B' \cup D =$ . . . . .
i) $A' \cup C =$ . . . . .
j) $B \cup C =$ . . . . .
l) $C' \cup D' =$ . . . . .
m) $A' \cup B =$ . . . . .
n) $A' \cap B' =$ . . . . .

2) Se $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$
$A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ e $B = \{ 4, 6, 8 \}$,
calcule:

a) $A' =$ . . . . . .
b) $B' =$ . . . . . .
c) $A \cap B =$ . . . . .
d) $A \cup B =$ . . . . .
e) $A \cap B' =$ . . . . .
f) $A' \cap B =$ . . . . .
g) $A' \cup B =$ . . . . .
h) $A \cup B' =$ . . . . .
i) $A' \cup B' =$ . . . . .
j) $(A \cup B)' =$ . . . . .
l) $(A \cap B)' =$ . . . . .
m) $A' \cap B' =$ . . . . .
n) $(A' \cup B')' =$ . . . . .

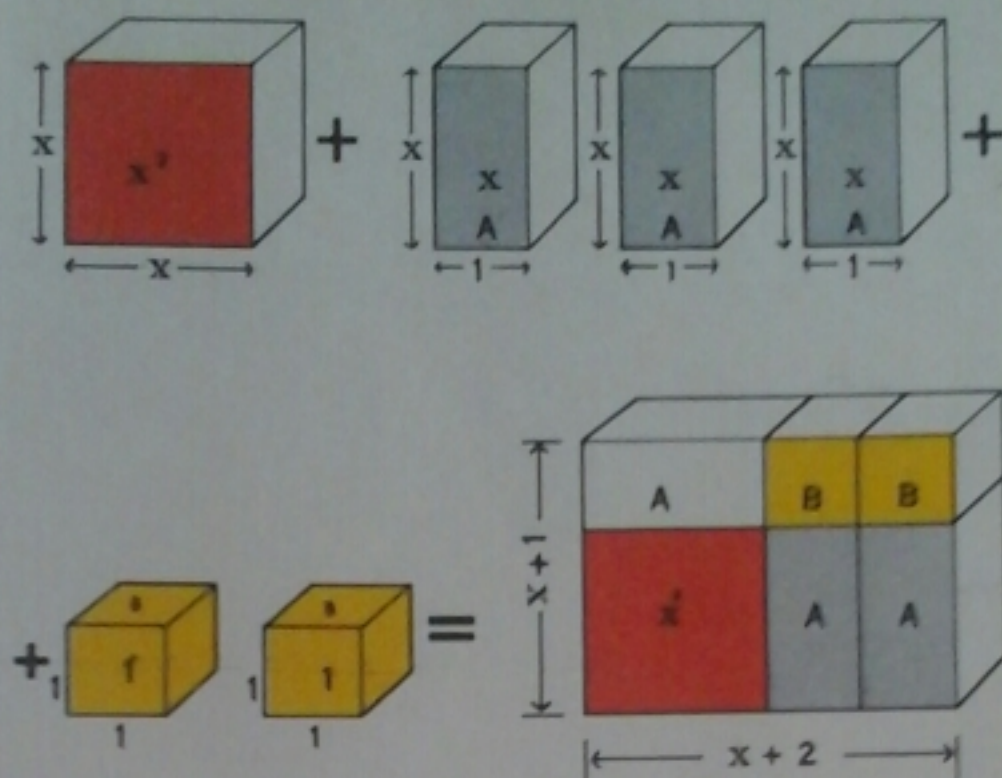
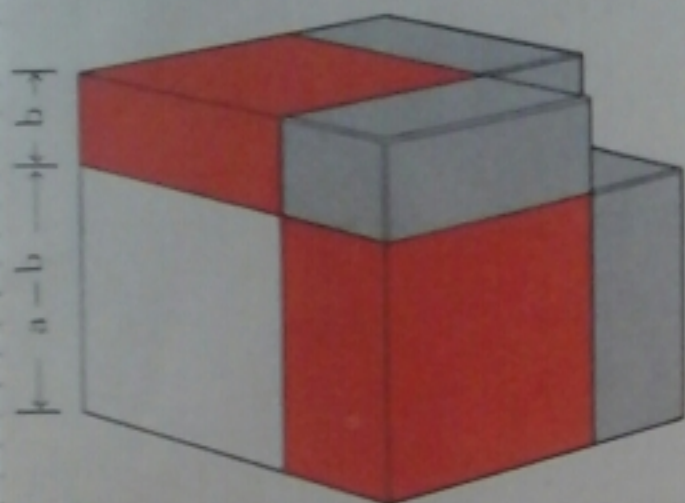
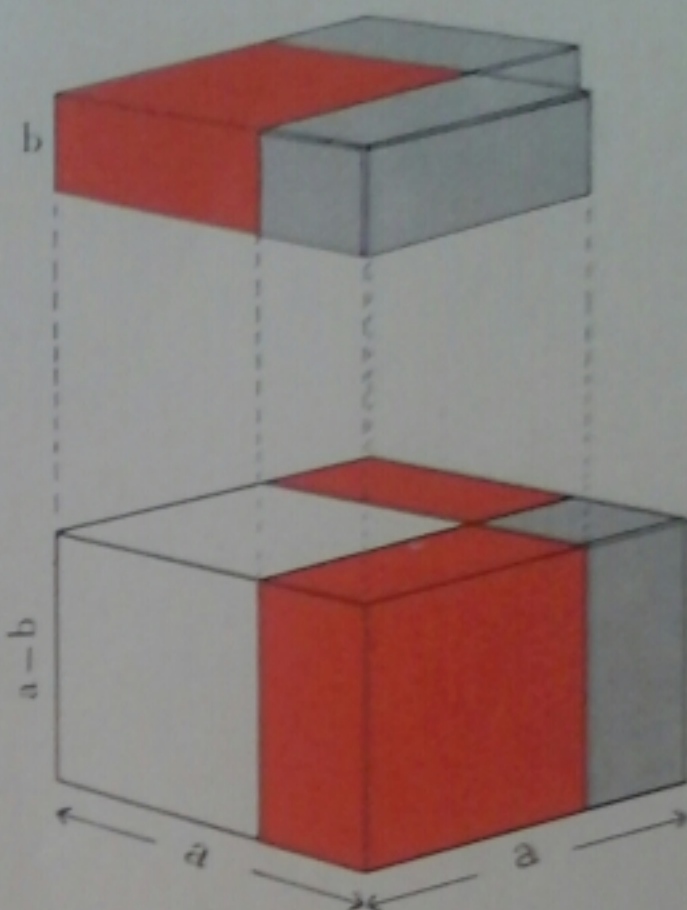



Fig. 10 Corte na linha pontilhada

Fig. 12 Corte na linha pontilhada

Fig. 9 Corte na linha pontilhada

Exercício XXXIX

Observe a gravura e, a seguir, complete a igualdade:

a b (a b) ( )

Substitua na igualdade obtida b por – b e conclua qual o resultado da fatoração da soma de dois cubos, completando a igualdade:

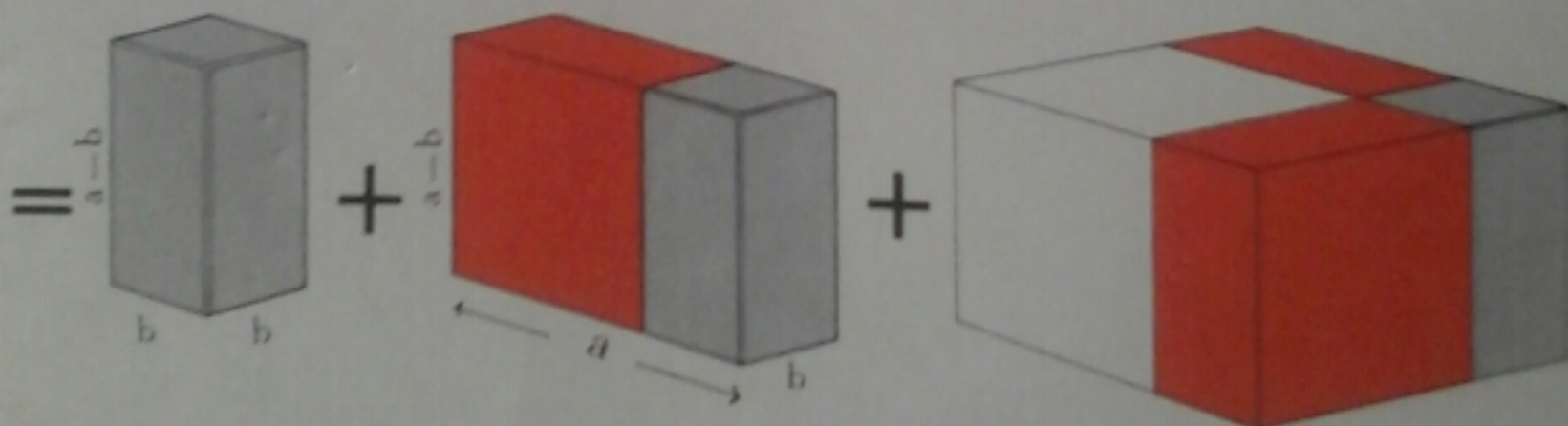
a b ( ) ( )

Exercício XXVIII

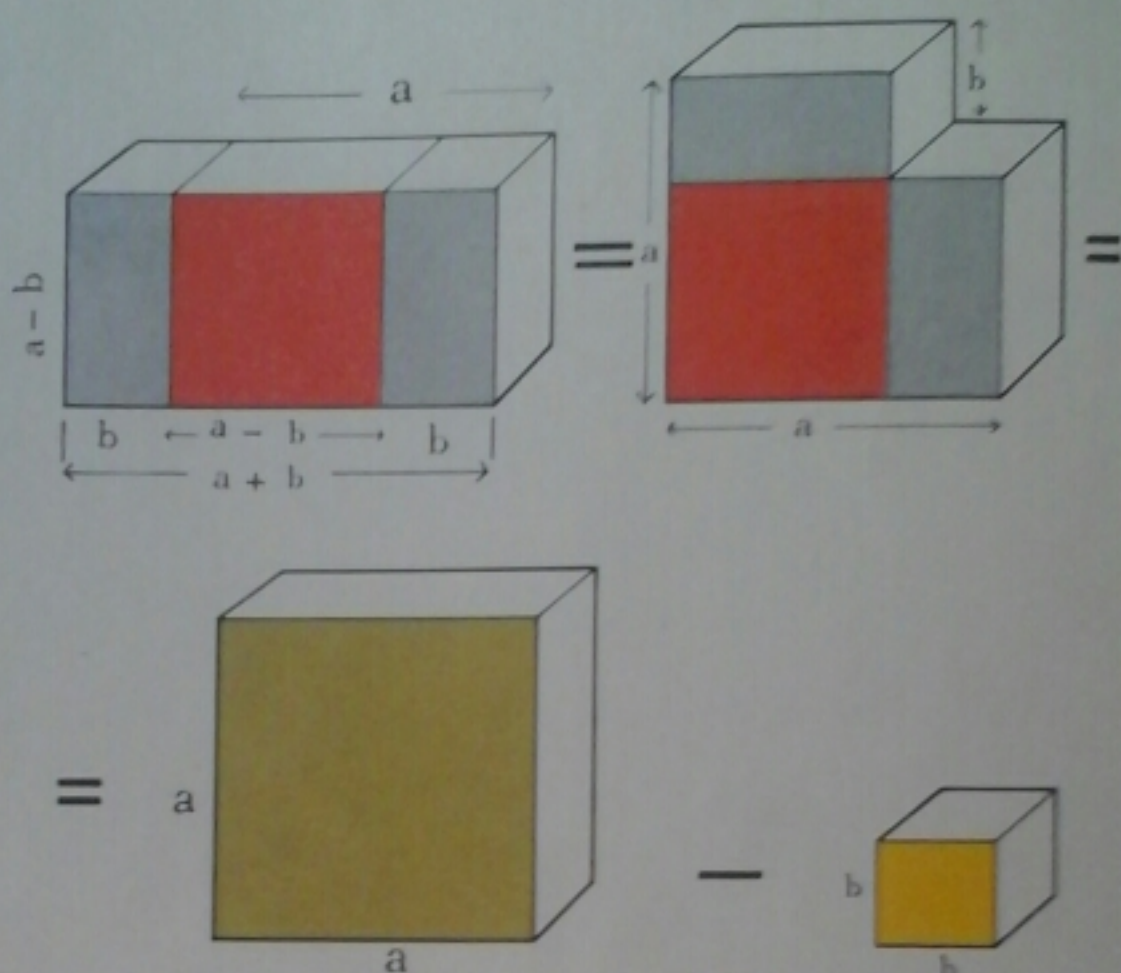
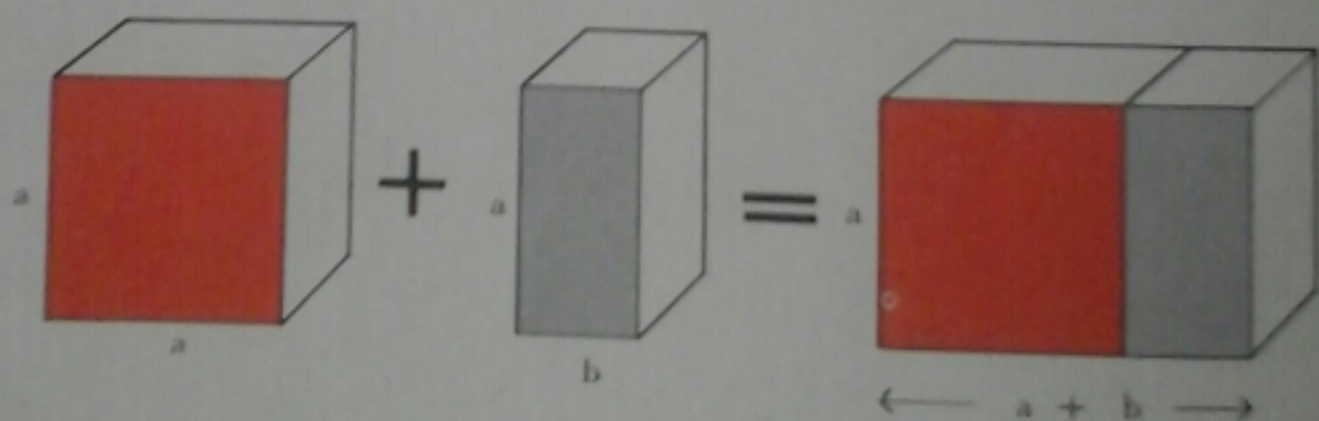
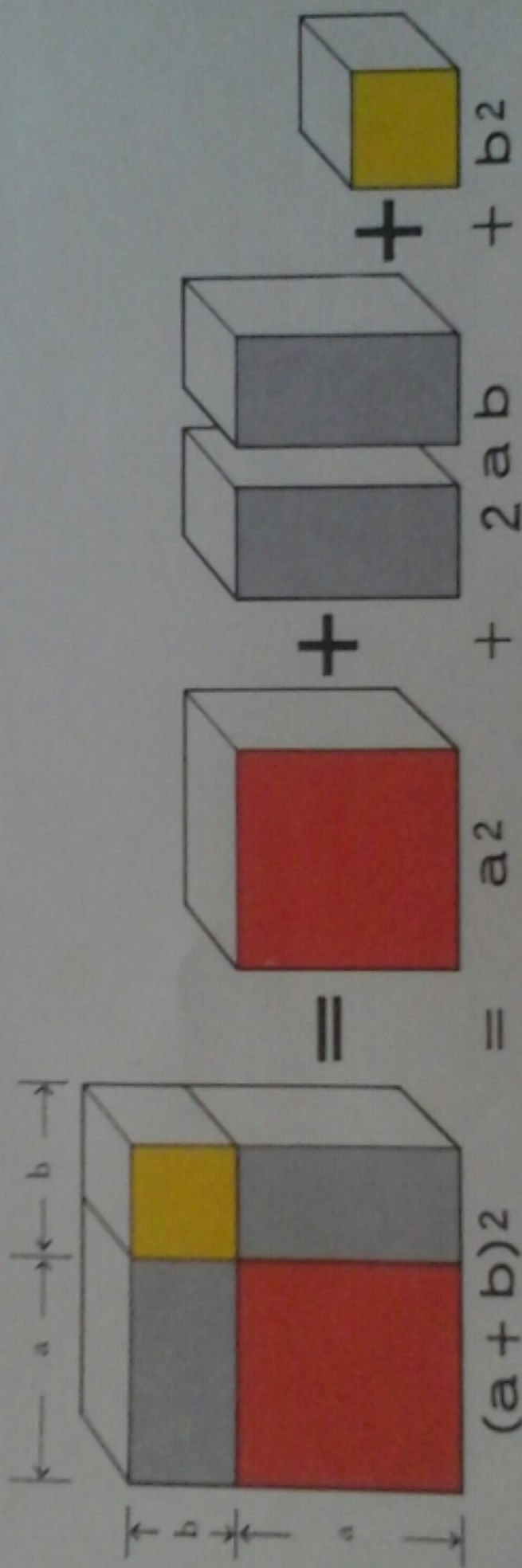
Fig. 7 Corte na linha pontilhada

Exercício XXXV

Fig. 8 Corte na linha pontilhada

EXERCÍCIO XXIV

Observando as faces coloridas dos blocos, de um "Algebloc", que aparecem na ilustração, verifique porque é verdadeira a igualdade que se encontra abaixo da mesma.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Você sabe o que é o "Algebloc"?

O "Algebloc" é um material didático, imaginado pelo professor belga E. Van Lierde, para facilitar a aprendizagem das operações algébricas, dos produtos notáveis e da fatoração.

Consta de 15 blocos de madeira:	
1 cubo marrom de 7 cm de aresta	3 paralelepipedos verdes de 7 cm x 7 cm x 2 cm
1 cubo branco de 5 cm de aresta	3 " azuis de 5 cm x 5 cm x 2 cm
1 cubo amarelo de 2 cm de aresta	3 " vermelhos de 2 cm x 2cm x 7cm
	3 " prêtos de 2 cm x 2 cm x 5 cm

Estas côres e dimensões podem ser modificadas, contanto que a maior dimensão seja a soma das duas outras. Temos apenas 3 dimensões: 7 cm, 5 cm e 2 cm, as quais chamaremos de a, b, c.
Nos blocos não devem ser escritos números ou letras. Conforme o caso, consideram-se os blocos ou apenas as suas faces.

Esse material pode ser construído pelo próprio aluno, com o auxílio da professôra de Trabalhos Manuais.
Neste caderno serão apresentadas algumas gravuras mostrando o uso do "Algebloc".

fundação nacional de material escolar

Preço em todo o Brasil: Ncr$ 1,00